

Минимальный набор задач для подготовки к экзамену

по «Высшей математике» 1курс 2семестр

(гр. От71, От72, Шт171, С13, Штс172).

Тема «Определенный интеграл»

Вычислить определённый интеграл

1. $\int_0^1 (x^4 - \sqrt{x}) dx;$

2. $\int_3^8 \sqrt{x+1} dx;$

3. $\int_2^3 \frac{dx}{x^4 - 1};$

4. $\int_0^1 (x-3)^2 dx;$

5. $\int_4^5 \frac{dx}{x(x+2)};$

6. $\int_0^1 \frac{x^4 + 3x^3 - 1}{(x+1)^2} dx;$

7. $\int_3^4 \frac{dx}{(x+1)(x-2)};$

8. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx;$

7. $\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}};$

8. $\int_2^3 x \ln(x-1) dx;$

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx;$

10. $\int_0^{\frac{\pi}{8}} x^2 \sin 4x dx;$

11. $\int_2^3 \frac{3x^2 + 2x - 3}{x^3 - x} dx;$

12. $\int_0^1 \frac{xdx}{x^2 + 3x + 2};$

13. Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) площадь фигуры, ограниченной линиями. $y = x^2$, $y = 3 - x$.

14. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 7x - 10$ и осью абсцисс.

Тема «Дифференциальные уравнения»

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

$$4xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx.$$

2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$x\sqrt{4+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0.$$

3. Найти решение задачи Коши $y' + \frac{2}{x}y = x^3$, $y(1) = -\frac{5}{6}$.

4. Найти решение задачи Коши $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}$, $y(1) = 1$.

5. Проверить, являются ли функции $y_1 = x^3$, $y_2 = 4x^4$ линейно зависимыми.

6. Найти частное решение дифференциального уравнения $y''' = \sin x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$.

7. Найти частное решение дифференциального уравнения

$$y''' = \frac{6}{x^3}, y(1) = 0, y'(1) = 5, y''(1) = 1.$$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка $y''x \ln x = y'$.

9. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка $xy'' = y'$.
10. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка $2yy'' = y'^2 + 1, y(0) = 2, y'(0) = 1$.
11. Найти общее решение дифференциального уравнения
а) $2y'' + 3y' + y = 0$; б) $y'' + 4y' + 8y = 0$; в) $y'' - 6y' + 9y = 0$; г) $y'' + 16y = 0$;
д) $y'' + 5y' = 0$.
12. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 4x^2$.
13. Найти общее решение дифференциального уравнения
 $y'' + 6y' + 13y = x - x^2$.
14. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 5e^{-x}$.

Тема «Функции нескольких переменных»

1. Вычислить значения частных производных $f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ функции $f(x, y, z) = 8 \cdot \sqrt[5]{x^3 + y^2 + z}$ в точке $M_0(3, 2, 2)$ с точностью до двух знаков после запятой.
2. Найти полный дифференциал первого порядка $z = 2x^3y - 4xy^5$.
3. Найти полный дифференциал второго порядка $z = e^{x+y-4}$.
4. Вычислить значение производной сложной функции с точностью до двух знаков после запятой $u = \sqrt{x + y + 3}, x = \ln t, y = t^2, t_0 = 1$;
5. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности S :
 $2x^2 - y^2 + z^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ в точке $M_0(1, -1, 1)$.
6. Найти уравнения касательной плоскости к поверхности S :
 $z = 5x^2 - y^2 + 7x - 2y + 10$ в точке $M_0(-1, 1, 3)$.
7. Найти уравнение нормали к поверхности S : $z = 2x^2 - 3y^2 + 4x - 2y + 10$ в точке $M_0(-1, 1, 3)$.
8. Проверить, удовлетворяет ли уравнению $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ функция
$$u = \arcsin \frac{x}{x+y}.$$
9. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$.
10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$ в области D , заданной линиями: $x = -1, x = 1, y = -1, y = 2$.

Тема «Кратные интегралы»

1. Вычислить $\iint_D 12x^2y^2 dx dy$; $D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}$.
2. Вычислить $\iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy$; $D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3$

3. Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты

$$\int_{-3}^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} dy.$$

4. Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты

$$\int_{-3}^3 dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \sqrt{1+x^2+y^2} dy$$

5. С помощью двойного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = 8 - y^2, x = -2y$

6. С помощью двойного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = 8 - y^2, x = -2y$

7. Вычислить $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz$, $V : 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4$.

8. Вычислить $\iiint_V (x + y + 4z^2) dx dy dz$, $V : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 1$.

Тема «Ряды»

1. Сходится или расходится ряд вида

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n+1)!}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}; \quad \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{4n+2} \right)^n.$$

2. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующий ряд

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+5}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+12}.$$

3. Найти область сходимости ряда

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{2^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x-1)^n}{\sqrt{5n-1}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n}.$$