

*Вопросы к экзамену по дисциплине «Высшая математика»
(1курс, 2семестр)*

1. Основные понятия дифференциального уравнения первого порядка.
2. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.
3. Однородные дифференциальные уравнения.
4. Линейные уравнения первого порядка. Метод Бернулли.
5. Уравнение Бернулли.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков (основные понятия).
7. Уравнения допускающие понижение порядка.
8. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
9. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами.
10. Интегрирование линейных неоднородных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
11. Определение функций нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных.
12. Частные производные.
13. Полное приращение и полный дифференциал функции нескольких переменных.
14. Полный дифференциал сложной функции.
15. Производная от функции, заданной неявно.
16. Частные производные различных порядков. Дифференциалы высших порядков.
17. Максимум и минимум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
18. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.
19. Двойной интеграл и его свойства. Вычисление двойного интеграла
20. Замена переменных в двойном интеграле.
21. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
22. Приложения двойного интеграла.
23. Тройной интеграл. Основные понятия. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
24. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах.
25. Приложения тройного интеграла.
26. Основные понятия теории рядов.
27. Необходимый признак сходимости ряда.
28. Основные числовые ряды используемые при решении задач.
29. Достаточные признаки сходимости положительных рядов.
30. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
31. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
32. Функциональные ряды.
33. Степенные ряды. Интервал сходимости.
34. Ряды Тейлора и Маклорена. Коэффициенты ряда Тейлора и Маклорена.

35.Ряд Маклорена для показательной функции e^x . Условие сходимости ряда Тейлора к своей функции.

36.Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена.

Минимальный набор задач для подготовки к экзамену

по «Высшей математике» 1курс 2семестр

Тема «Дифференциальные уравнения»

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.
 $4xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx$.
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения
 $x\sqrt{4 + y^2} dx + y\sqrt{1 + x^2} dy = 0$.
3. Найти решение задачи Коши $y' + \frac{2}{x}y = x^3, y(1) = -\frac{5}{6}$.
4. Найти решение задачи Коши $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$.
5. Проверить, являются ли функции $y_1 = x^3, y_2 = 4x^4$ линейно зависимыми.
6. Найти частное решение дифференциального уравнения
 $y''' = \sin x, y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 0$.
7. Найти частное решение дифференциального уравнения
 $y''' = \frac{6}{x^3}, y(1) = 0, y'(1) = 5, y''(1) = 1$.
8. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка $y''x \ln x = y'$.
9. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка $xy'' = y'$.
10. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка $2yu'' = y'^2 + 1, y(0) = 2, y'(0) = 1$.
11. Найти общее решение дифференциального уравнения
а) $2y'' + 3y' + y = 0$; б) $y'' + 4y' + 8y = 0$; в) $y'' - 6y' + 9y = 0$; г) $y'' + 16y = 0$;
д) $y'' + 5y' = 0$.
12. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = 4x^2$.
13. Найти общее решение дифференциального уравнения
 $y'' + 6y' + 13y = x - x^2$.
14. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 5e^{-x}$.

Тема «Функции нескольких переменных»

1. Вычислить значения частных производных $f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ функции $f(x, y, z) = 8 \cdot \sqrt{x^3 + y^2 + z}$ в точке $M_0(3, 2, 2)$ с точностью до двух знаков после запятой.
2. Найти полный дифференциал первого порядка $z = 2x^3y - 4xy^5$.

3. Найти полный дифференциал второго порядка $z = e^{x+y-4}$.
4. Вычислить значение производной сложной функции с точностью до двух знаков после запятой $u = \sqrt{x+y+3}$, $x = \ln t$, $y = t^2$, $t_0 = 1$;
5. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности S :
 $2x^2 - y^2 + z^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ в точке $M_0(1, -1, 1)$.
6. Найти уравнения касательной плоскости к поверхности S :
 $z = 5x^2 - y^2 + 7x - 2y + 10$ в точке $M_0(-1, 1, 3)$.
7. Найти уравнение нормали к поверхности S : $z = 2x^2 - 3y^2 + 4x - 2y + 10$ в точке $M_0(-1, 1, 3)$.
8. Проверить, удовлетворяет ли уравнению $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ функция
$$u = \arcsin \frac{x}{x+y}.$$
9. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$.
10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$ в области D , заданной линиями: $x = -1, x = 1, y = -1, y = 2$.

Тема «Кратные интегралы»

1. Вычислить $\iint_D 12x^2 y^2 dx dy$; $D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}$.
2. Вычислить $\iint_D (36x^2 y^2 - 96x^3 y^3) dx dy$; $D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3$
3. С помощью двойного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = 8 - y^2, x = -2y$
4. С помощью двойного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = 8 - y^2, x = -2y$
5. Вычислить $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz$, $V: 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4$.
6. Вычислить $\iiint_V (x + y + 4z^2) dx dy dz$, $V: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 1$.

Тема «Ряды»

1. Сходится или расходится ряд вида
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n+1)!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$; г) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{4n+2}\right)^n$.
2. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующий ряд
а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+5}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+12}$.
3. Найти область сходимости ряда
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{2^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x-1)^n}{\sqrt{5n-1}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n}$