<u>Уравнения линии на плоскости и поверхности в пространстве.</u> *Уравнением линии* на плоскости OXY называется некоторое уравнение $f(x;y)=0$, с двумя переменными, для которого координаты любой точки, принадлежащей линии, удовлетворяют уравнению, а координаты любой точки, не лежащей на линии, не удовлетворяют уравнению.

Уравнением поверхности в декартовой системе координат $OXYZ$ называется некоторое уравнение $f(x;y;z)=0$, с тремя переменными, для которого координаты любой точки, принадлежащей поверхности, удовлетворяют уравнению, а координаты любой точки, не лежащей на поверхности, не удовлетворяют уравнению.

Уравнения прямой на плоскости.

В зависимости от параметров, которые определяют положение прямой на плоскости, рассматривают различные уравнения прямой.

<u>Уравнение прямой на плоскости с заданным нормальным вектором и проходящей через точку.</u> *Нормальным вектором* прямой на плоскости называется любой вектор перпендикулярный данной прямой. Пусть прямая l проходит через точку $M_0(x_0,y_0)$, и имеет нормальный вектор $\vec{n}(A;B)$ (рис.1). Выберем на прямой l произвольную точку $M(x,y)$.

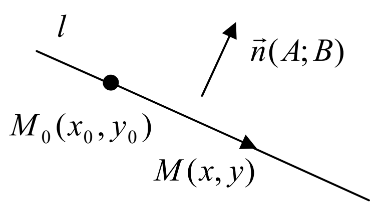

Рис.1

$$\boxed{A\cdot(x-x_0)+B\cdot(y-y_0)=0}.$$

<u>Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование.</u> В уравнении $A\cdot(x-x_0)+B\cdot(y-y_0)=0$ раскроем скобки

$A\cdot x+B\cdot y+C=0$, — *общее уравнение прямой,* где $C=-A\cdot x_0-B\cdot y_0$.

Обратное утверждение: Произвольное линейное уравнение $A\cdot x+B\cdot y+C=0$, у которого, по крайней мере, один из коэффициентов отличен от нуля, является уравнением прямой с нормальным вектором $\vec{n}(A;B)$.

В зависимости от параметров A, B и C, которые определяют положение прямой на плоскости, исследуем общее уравнение прямой $A\cdot x+B\cdot y+C=0$:

1) если $C=0$, то $y=-\dfrac{A}{B}x$ – уравнение прямой, проходящей через начало координат;

2) если $A=0$, то $y=-\dfrac{C}{B}$ – уравнение прямой, которая параллельна оси OX, и проходит через точку $M\left(0;-\dfrac{C}{B}\right)$;

3) если $B=0$, то $x=-\dfrac{C}{A}$ – уравнение прямой, которая параллельна оси OY, и проходит через точку $M\left(-\dfrac{C}{A};0\right)$;

4) если $A = 0, C = 0$, то $y = 0$ – уравнение оси OX;

5) если $B = 0, C = 0$, то $x = 0$ – уравнение оси OY.

Направляющим вектором прямой называется любой вектор параллельный данной прямой.

Параметрические уравнения прямой на плоскости.

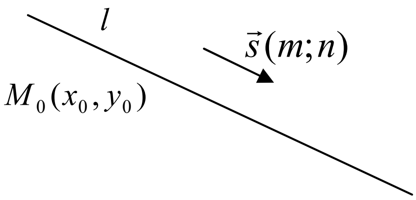

Рис.2.

Пусть прямая l проходит через точку $M_0(x_0, y_0)$, и имеет направляющий вектор $\vec{s}(m;n)$ (рис.2).

$$\boxed{\begin{cases} x = x_0 + t \cdot m, \\ y = y_0 + t \cdot n. \end{cases}}$$

Каноническое уравнение прямой на плоскости.

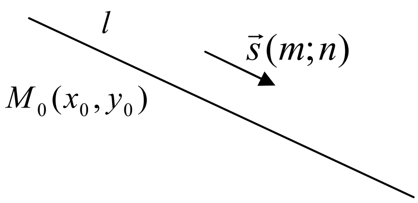

Рис.2.

Пусть прямая l проходит через точку $M_0(x_0, y_0)$, и имеет направляющий вектор $\vec{s}(m;n)$ (рис.2).

Исходное *каноническое уравнение* имеет вид

$$\boxed{\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n}}.$$

Уравнение прямой, проходящей через две точки. Составим уравнение прямой, проходящей через две заданные точки $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$ (рис. 3).

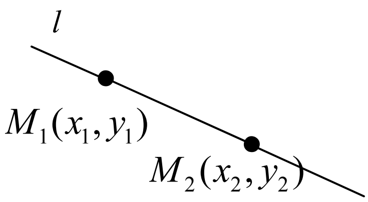

Рис.3

$$\boxed{\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}}.$$

Уравнение прямой в отрезках. Составим уравнение прямой, проходящей через две заданные точки $A(a;0)$ и $B(0;b)$ (рис. 4).

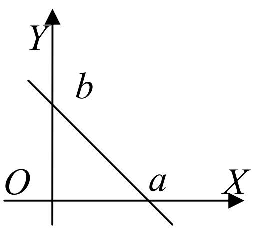

Рис.4

a – отрезок, отсекаемый прямой от оси абсцисс;

b – отрезок, отсекаемый прямой от оси ординат.

$$\boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}.$$

Уравнение прямой с заданным угловым коэффициентом. Пусть точка $M_0(x_0; y_0)$ принадлежит прямой l. Предположим, что для прямой l определен угол наклона с положительным направление к оси OX

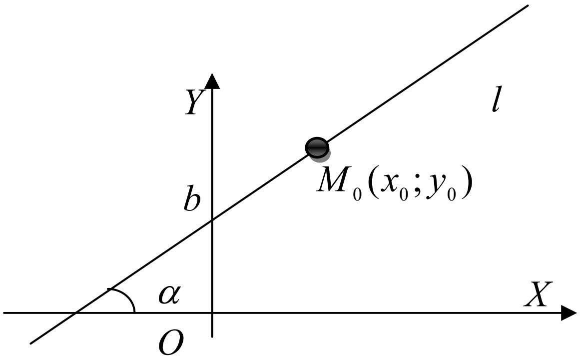

Рис.6

$k = \mathrm{tg}\alpha$ называется угловым коэффициентом прямой. Таким образом, исходное уравнение имеет вид

$$\boxed{y - y_0 = k \cdot (x - x_0)}.$$

Если прямая отсекает на оси OY отрезок ***b***, то уравнение запишется в виде

$$\boxed{y = k \cdot x + b}.$$