

Тема 1-2. «Введение. Развитие квантовых представлений»

*Кафедра теоретической и
прикладной математики.*

разработана доц. Е.Б.Дуниной

Литература

1. Шпольский Э.В. Атомная физика. Т1,2.- М.:Наука,1984

2. Матвеев А.Н. Атомная физика.-М.:Высшая школа,1989

3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т3.-М.:Высшая школа, 1989

4. Сивухин Д.В. Атомная и ядерная физика. Т.V,ч.1.- М.:Наука,1986

5. Иродов И.Е. Задачи по общей физике.- М.:Наука,1988

1.1 Основные этапы развития атомной физики. Закономерности в атомных спектрах и комбинационный принцип.

АТОМНАЯ ФИЗИКА - раздел физики, посвящённый изучению строения и свойств атомов и элементарных процессов, в которых участвуют атомы.

Наиболее характерные для атомной физики длины (линейные размеры атомов) $\sim 10^{-8}$ см, а энергии (энергии связи внешних электронов в атоме) порядка эВ, тогда как для ядерной физики наиболее характерны длины $\sim 10^{-13}$ см и энергии порядка МэВ.

Развитие атомной физики можно разделить на два периода: **первый**, с открытия Ньютоном разложения белого света в спектр в 1666г. до введения Бором в спектроскопию квантовых представлений в 1913г., и **второй**, с 1913г. по настоящее время.

В первый период атомная физика развивалась прежде всего как эмпирическая наука, не была вскрыта связь между спектрами и строением частиц вещества- атомов и молекул; во второй период атомная физика получила теоретическую базу в виде квантовой теории. Каждый из этих периодов можно разделить на отдельные этапы.

Накаленные твердые тела испускают сплошные спектры.

(Число внутренних степеней свободы образца $3N-6$,

$$N \approx 10^{20}$$

поэтому спектр разрешенных колебательных частот будет непрерывным, а следовательно и спектр электромагнитных частот также будет непрерывным.)

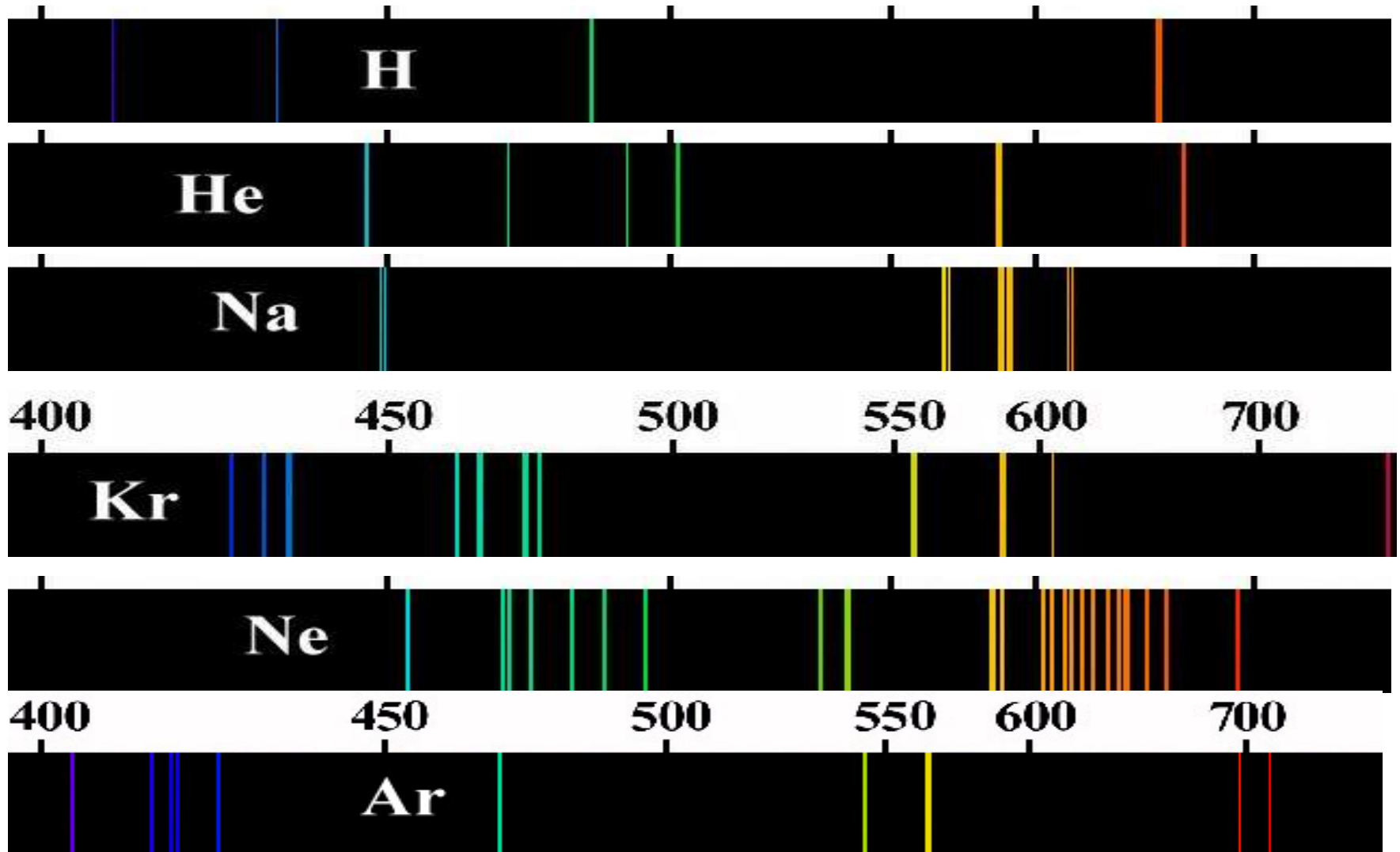


У газов наблюдаются линейчатые и полосатые спектры.

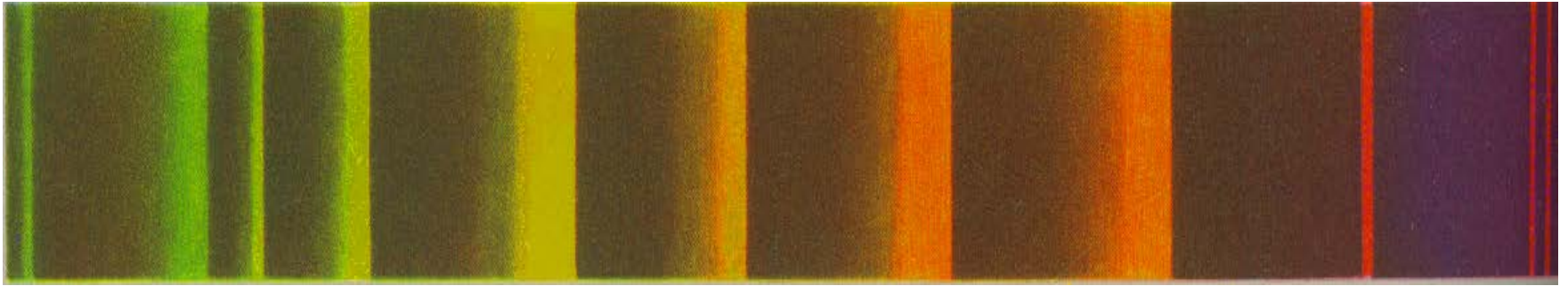
Линейчатый спектр состоит из ряда закономерно расположенных более или менее узких спектральных линий.

В полосатом спектре полосы кажутся сплошными при наблюдении в спектроскоп малой разрешающей силы. При применении спектрального аппарата высокой разрешающей силы они распадаются на множество тесно расположенных спектральных линий.

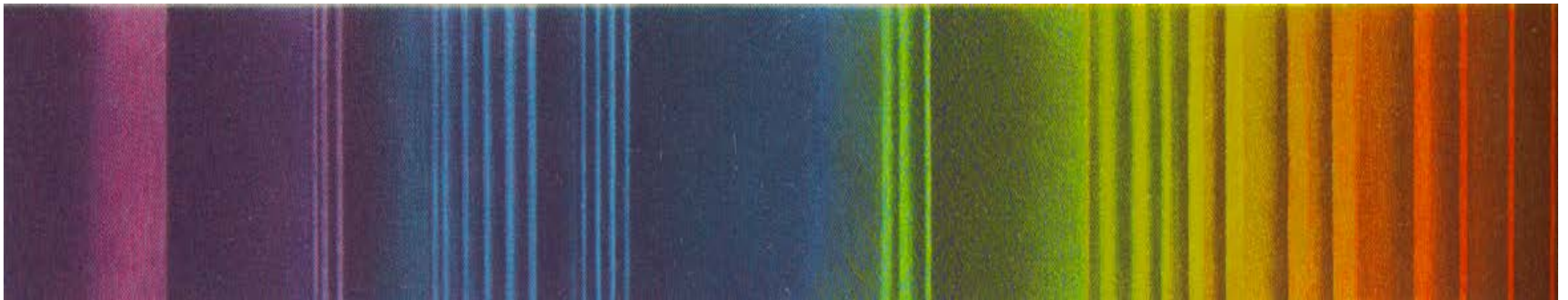
Примеры линейчатых спектров



Полосатый спектр



Спектр угольной дуги (полосы молекул CN и C₂)



Спектр испускания паров молекулы иода.

К началу 20-го века было выяснено, что линейчатые спектры газов испускаются атомами и ионами, а полосатые молекулами. Поэтому их называют атомными и молекулярными спектрами.

Положение спектральной линии в спектре характеризуется длиной волны λ

или частотой

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

Длина волны измеряется спектральным аппаратом с высокой точностью, до седьмого десятичного знака и выше, поэтому спектроскописты употребляют

спектроскопическое волновое число

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda}$$

Отдельные линии в спектрах могут быть объединены в группы линий, которые называют **сериями**.

Атомный спектр водорода наблюдают при электрическом разряде в вакуумной водородной трубке в том случае, когда большая часть молекул водорода диссоциировала на атомы. **Наличие многих спектральных линий атома указывает на сложность его внутренней структуры.**

Бальмер открыл в 1885г., что линии в видимой части спектра водорода можно представить следующей формулой:

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (1)$$

R_H - постоянная Ридберга

$$R_H = 109678,76(1) \text{ см}^{-1}.$$

Длины волн Бальмеровской серии водорода

n	обозначения	$\lambda_{\text{эксн}}^{\text{нм}}$
3	H_{α}	656,285
4	H_{β}	486,132
5	H_{γ}	434,046
6	H_{δ}	410,173
7	H_{ε}	397,007

На первых четырех линиях и была Бальмером получена закономерность, выражаемая формулой (1).

Дальнейшие исследования показали, что в спектре водорода имеется еще несколько серий.

В ультрафиолетовой части находится серия Лаймана (1906)

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, 5, \dots \quad (2)$$

В 1908г. Пашен открыл серию в инфракрасной части спектра атома водорода

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, \dots \quad (3)$$

В дальнейшем были открыты другие серии.

Серия Брэкета (1922)

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 5, 6, 7, \dots \quad (4)$$

Серия Пфунда(1924)

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 6, 7, 8, \dots \quad (5)$$

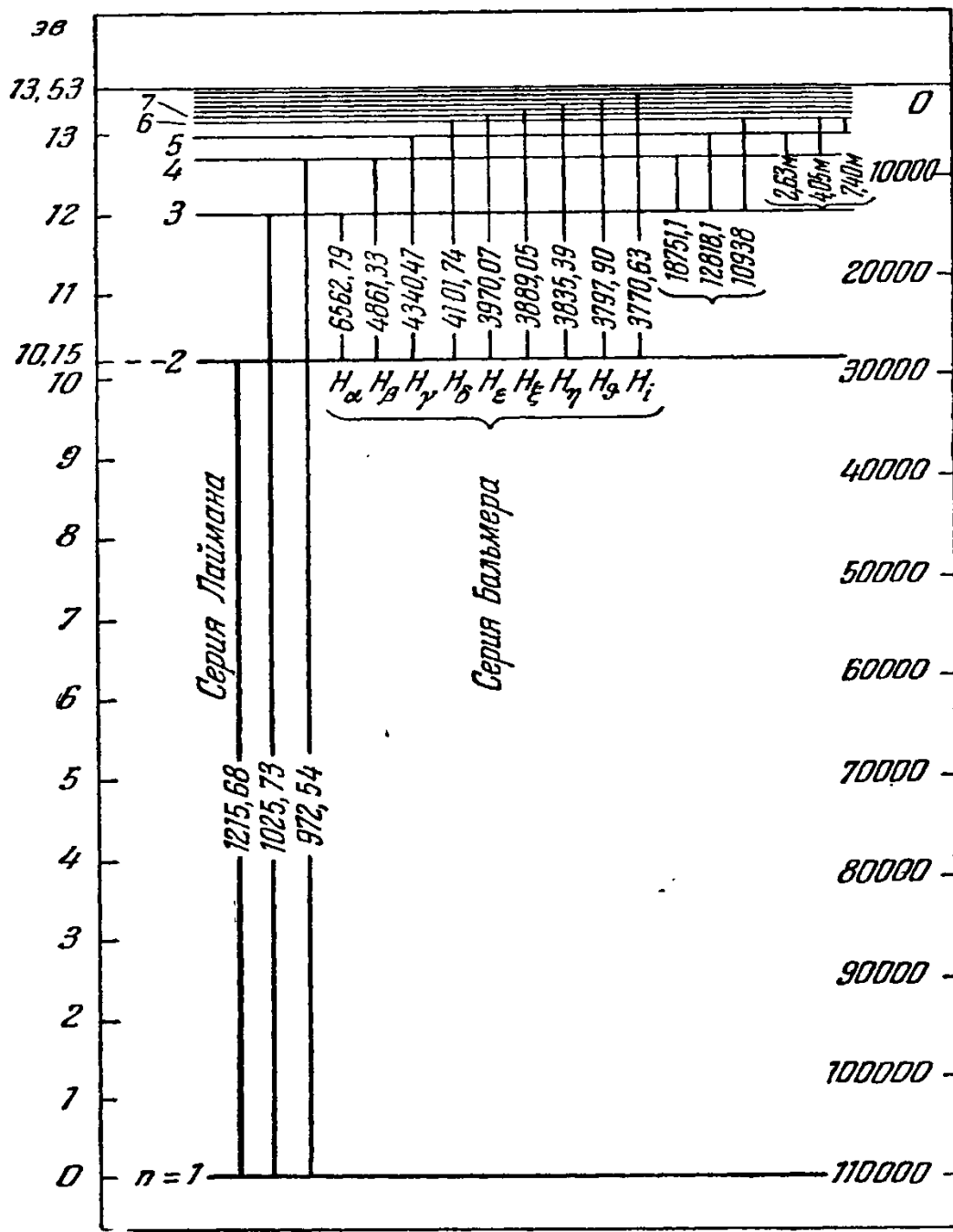


Рис. 1. Схема уровней энергии атома водорода.

Максимальная частота (волновое число) получается при $n = \infty$.

Эта частота называется **границей серии**.

Для серии Бальмера граница серии равна

$$\bar{\nu}_{\infty} = \frac{R_H}{4} = 27419,67 \text{ см}^{-1}$$

$$\lambda_{\infty} = \frac{4}{R_H} = 364,701 \text{ нм.}$$

Все известные серии атомарного водорода можно представить общей формулой

$$\bar{\nu} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (6)$$

где m имеет в каждой серии постоянное значение ($m=1,2,3,4,\dots$), а $n=m+1, m+2, \dots$

Формула (6) называется **обобщенной формулой Бальмера**.

Вводя обозначения $T(m) = \frac{R_H}{m^2}$, $T(n) = \frac{R_H}{n^2}$,

получим $\bar{\nu} = T(m) - T(n)$. (7)

Числа $T(m), T(n)$ называются **спектральными термами** или просто **термами**.

В 1908 г. был сформулирован **комбинационный принцип Ридберга-Ритца:**

Разность волновых чисел двух спектральных линий одной и той же серии атома дает волновое число спектральной линии какой-то другой серии того же атома.

Пусть

$$\bar{\nu}_1 = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right),$$

$$\bar{\nu}_2 = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right),$$

тогда

$$\bar{\nu}_2 - \bar{\nu}_1 = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right),$$

что соответствует серии Пашена.

Однако не все мыслимые комбинации спектральных термов атома соответствуют фактически существующим линиям в спектре. Некоторые комбинации термов являются запрещенными.

Правила, показывающие какие комбинации термов возможны а какие запрещены, называются **правилами отбора.**

Тема2.
**«Развитие квантовых
представлений»**

2.1 Квантовая гипотеза Планка. Кванты света. Квантовые закономерности фотоэффекта.

На основе электромагнитной теории света Максвелла, созданной им в 1860-1865 гг., было показано, что свет представляет электромагнитное излучение, и были открыты радиоволны, т.е. электромагнитное излучение большой длины волны.

Наряду с волновыми свойствами электромагнитного излучения были открыты корпускулярные свойства.

В 1900 г. Планк выдвинул гипотезу, что электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения:

$$\varepsilon = \hbar \omega \quad (8)$$

Коэффициент пропорциональности \hbar

получил впоследствии название **постоянной Планка**

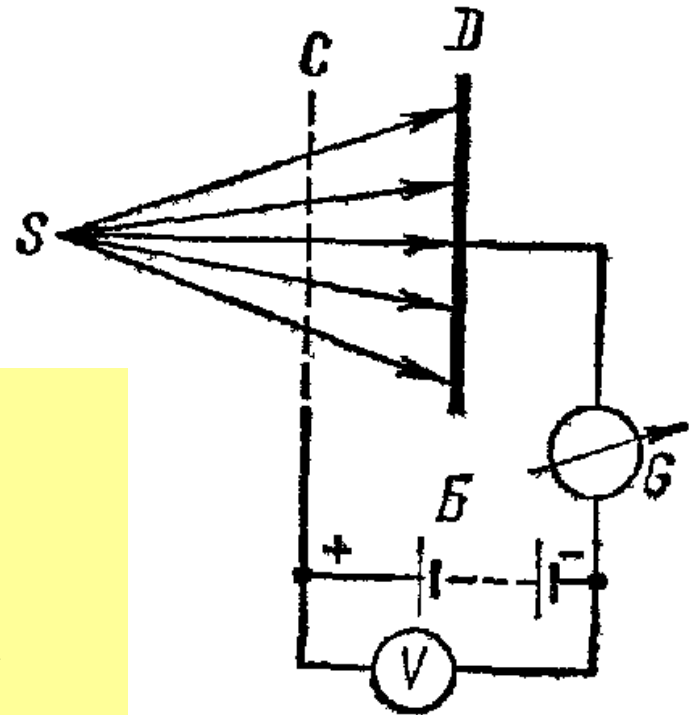
$$\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$
$$h = \frac{\hbar}{2\pi} = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Фотоэффектом называется испускание электронов веществом под действием света.

Это явление было открыто Герцем в 1887г. *Он заметил что проскакивание искры между шариками разрядника значительно облегчается, если один из шариков осветить ультрафиолетовыми лучами.*

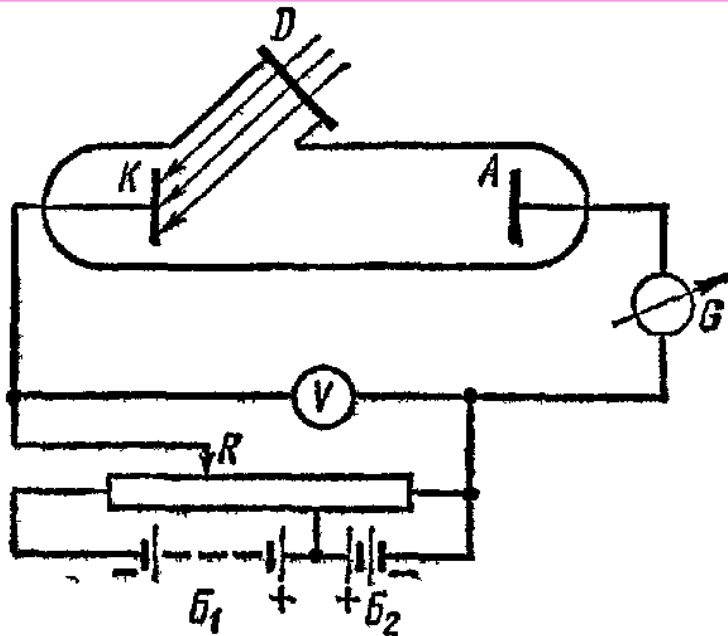
**В 1888-1889
А.Г.Столетов
исследовал
фотоэффект при
помощи установки**

**Конденсатор, образованный
проволочной сеткой и
сплошной пластинкой, был
включен последовательно с
гальванометром в цепь
батареи.**



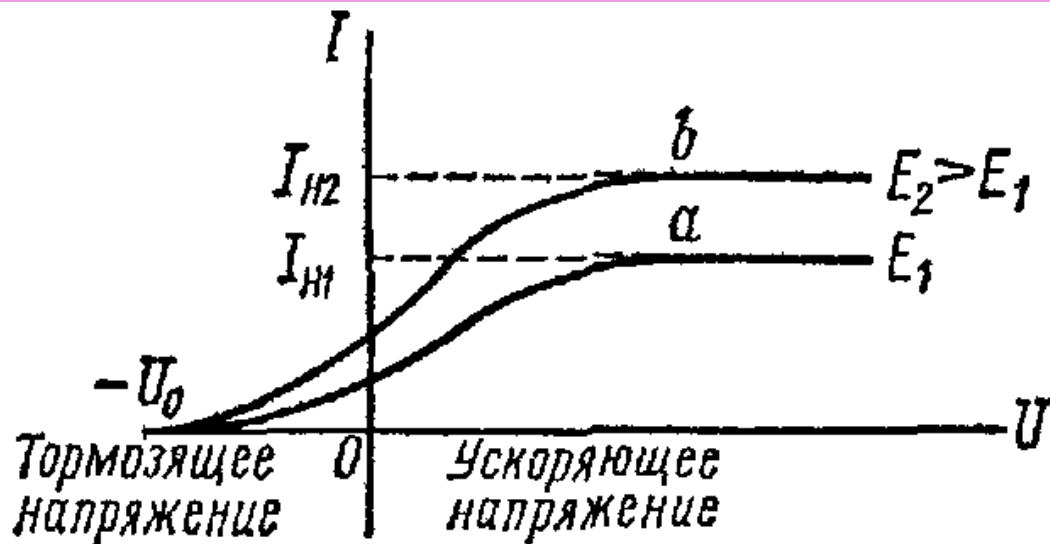
Свет, проходя через сетку, попадал на сплошную пластинку. В цепи возникал ток, регистрировавшийся гальванометром.

Ленард усовершенствовал прибор Столетова.



В откачанный до высокого вакуума резервуар впаяны катод и анод, между которыми создается регулируемая потенциометром R разность потенциалов, измеряемая вольтметром.

При наличии облучения возникает ток, сила которого зависит от разности потенциалов, интенсивности светового потока, материала катода и частоты света.



На рис. изображена зависимость силы фототока от напряжения, соответствующая двум освещенностям катода

$$E_2 > E_1$$

Частота света в обоих случаях одинакова.
 Существование фототока в области отрицательных напряжений от 0 до $-U_0$ объясняется тем, что фотоэлектроны, выбитые светом из катода, обладают отличной от нуля кинетической энергией. **Поэтому электроны могут совершать работу против сил задерживающего электрического поля в трубке и достигать анода.**

Максимальная начальная скорость фотоэлектронов

$$\frac{m\nu_{\text{макс}}^2}{2} = eU_0.$$

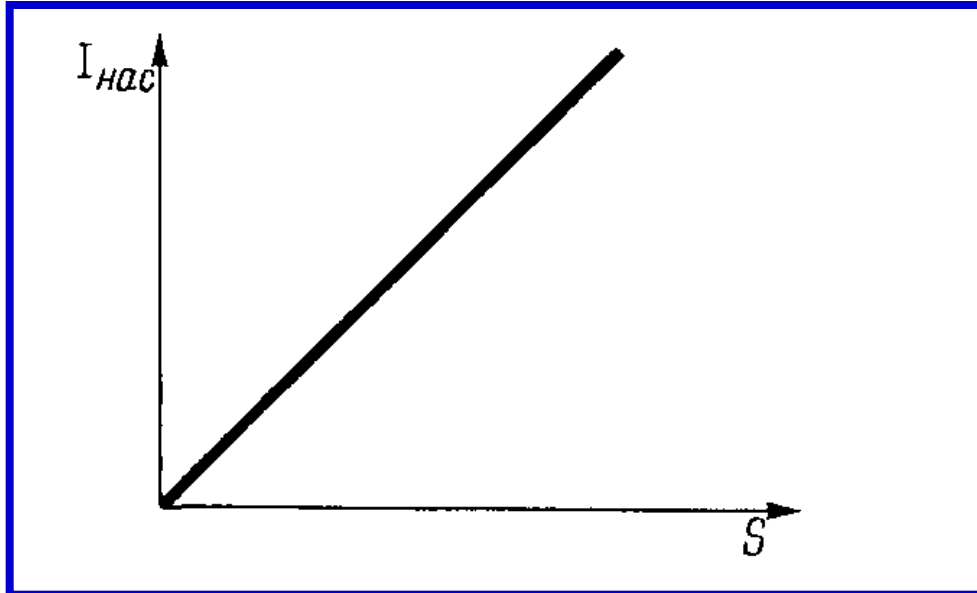
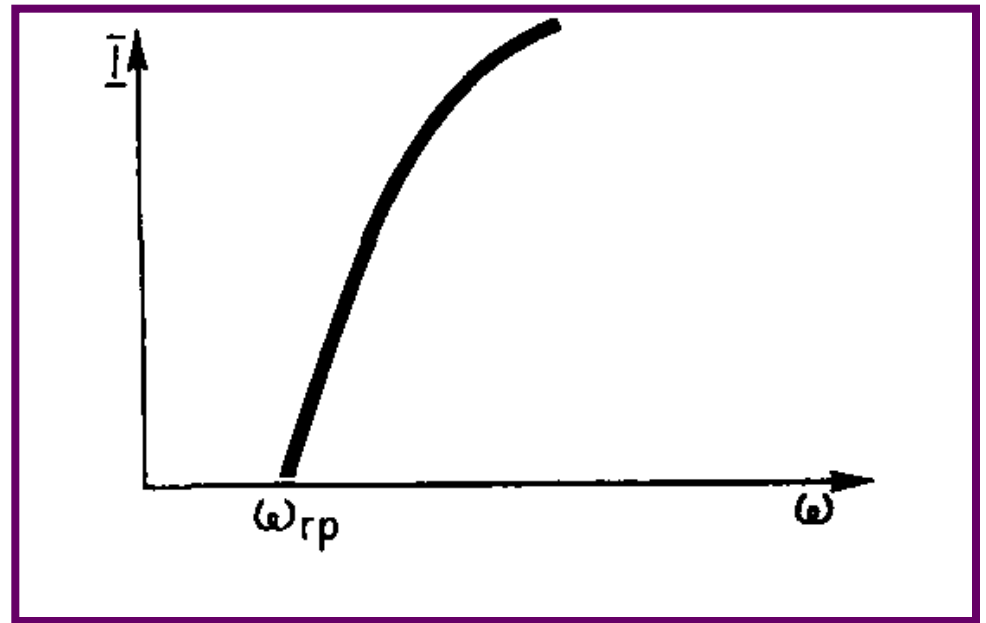
По мере увеличения напряжения фототок возрастает, т.к. большее число фотоэлектронов оказывается способным достигнуть анода.

Максимальное значение тока I_n , называемое **фототоком насыщения**, соответствует таким значениям напряжения, при которых все электроны, выбиваемые из катода, достигают анода

$$I_n = en,$$

где n – число электронов, вылетающих из катода за 1 с.

Зависимость силы фототока от частоты при постоянной разности потенциалов U и постоянной освещенности



Зависимость тока насыщения от плотности потока энергии S

Законы внешнего фотоэффекта:

- 1. Максимальная начальная скорость определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.**
- 2. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т.е. минимальная частота ν_0 света, при которой еще возможен фотоэффект.**
- 3. Число фотоэлектронов, вырываемых из катода за 1 с пропорционально интенсивности света.**
- 4. Фотоэффект наступает без запаздывания.**

Первый и второй законы невозможно объяснить на основе волновой природы света.

Согласно электромагнитной теории, вырывание свободных электронов из металла должно быть результатом «раскачивания» их в электрическом поле световой волны.

Амплитуда вынужденных колебаний электрона пропорциональна амплитуде колебаний вектора напряженности электрического поля падающей на катод электромагнитной волне.

Плотность светового потока энергии прямо пропорциональна квадрату амплитуды колебаний напряженности электрического поля.

Следовательно, максимальная скорость покидающих катод фотоэлектронов должна увеличиваться с возрастанием плотности светового потока энергии.

Однако максимальная начальная скорость и кинетическая энергия вылетающих электронов зависит от частоты света.

Правильное объяснение дал Эйнштейн, применив гипотезу Планка.

Свет – это поток фотонов. При поглощении фотон свою энергию передает электрону. Если энергия достаточно велика, то электрон может преодолеть удерживающие его в металле силы и выйти из металла.

При этом должен соблюдаться закон сохранения энергии

$$\hbar\omega = A + \frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}, \quad (9)$$

где

$$\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}$$

- максимальная кинетическая энергия электрона после преодоления сил, удерживающих его в объеме металла,

A – работа выхода.

Уравнение (9) называется **уравнением Эйнштейна для фотоэффекта**.

Из (9) видно, что при энергии фотона, меньшей работы выхода электрона из металла, фотоэффект невозможен.

Этим объясняется наличие красной границы в фотоэффекте (первый закон фотоэффекта).

Граничная частота $\omega_{гр}$ измеряется экспериментально.

А работа выхода вычисляется при $U_{\text{макс}} = 0$

$$A = \hbar \omega_{гр}.$$

Работа выхода различна для различных металлов. Например красная граница фотоэффекта для калия равна (в длинах волн) 551нм или что соответствует работе выхода 2,25эВ.

Во внешнем фотоэффекте энергия фотона передается электронам, составляющим в металле электронный газ.

Однако фотон может передать энергию электрону, связанному с атомом металла, и вырвать его из атома.

Электрон станет свободным внутри твердого тела и может участвовать в образовании электрического тока. Такое явление называется **внутренним фотоэффектом**.

Он наблюдается в полупроводниках и диэлектриках.

Основные проявления внутреннего фотоэффекта: изменение электропроводимости полупроводника под действием света (явление фотопроводимости) и возникновение разности потенциалов между различными участками освещаемого образца (явление возникновения фотоЭДС).

Поэтому различают две большие группы полупроводниковых приборов, преобразующих оптические сигналы в электрические. К первой группе относятся фоторезисторы, ко второй- фотогальванические элементы, фотодиоды и фототриоды.

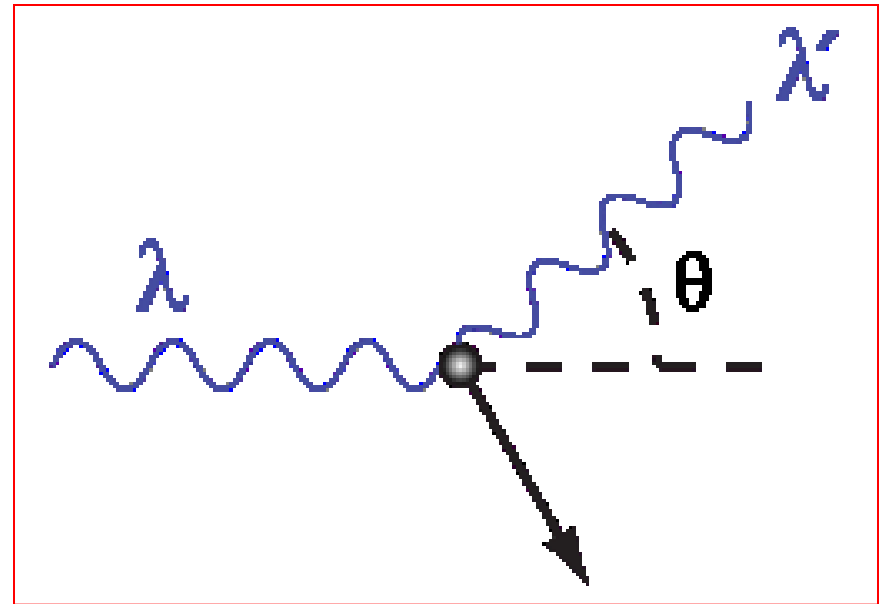
Ядерным фотоэффектом называется явление поглощения очень коротковолнового излучения (рентгеновского или γ -излучения) ядрами атома, в результате чего происходит вылет нуклонов (протонов и нейтронов) из ядер.

2.2 Эффект Комптона

Предположим, что через вещество распространяется монохроматический пучок фотонов.

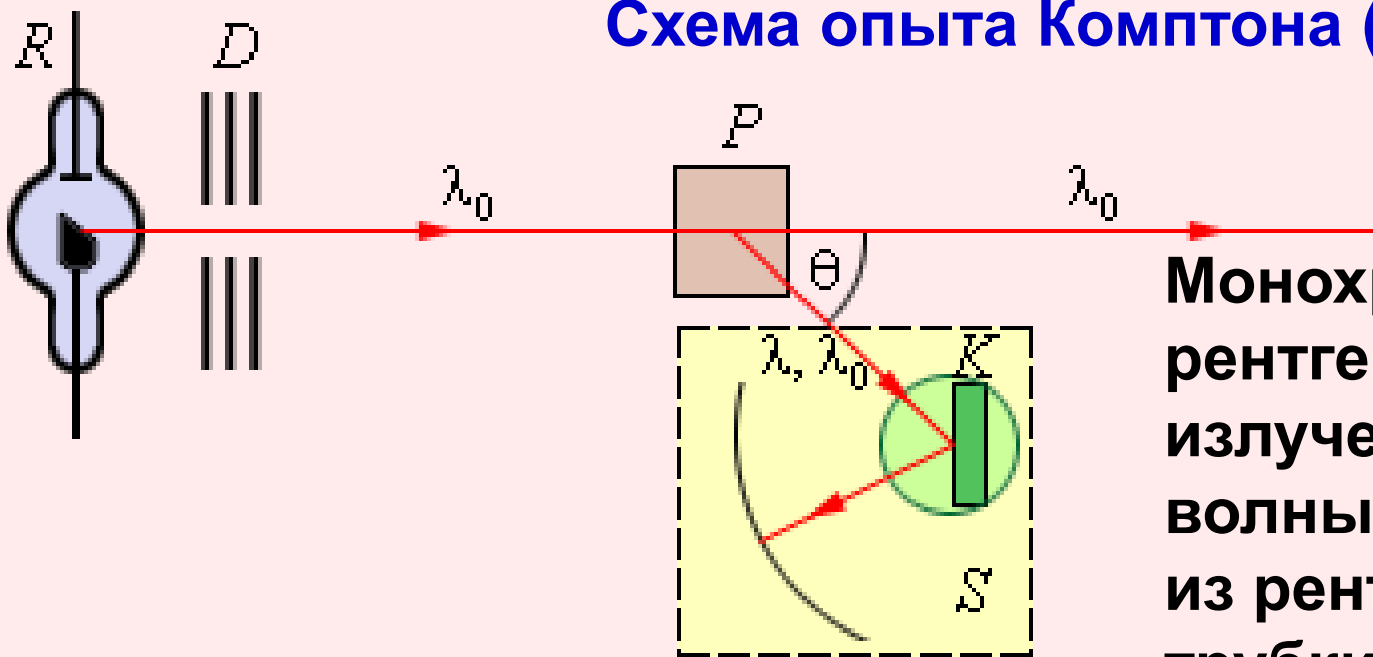
Интенсивность фотонного пучка может уменьшатся за счет: фотоэффекта (фотоны поглощаются электронами), **эффекта Комптона (фотоны рассеиваются на электронах)**, рождение электронно-позитронных пар (происходит превращение фотона в электрон и позитрон).

А.Комптон исследовал рассеяние рентгеновских лучей на мишенях из различных «легких» материалов (графит, парафин).



ARTHUR HOLLY COMPTON 1892-1962

Схема опыта Комптона (1922-1923)



Монохроматическое рентгеновское излучение с длиной волны λ_0 , исходящее из рентгеновской трубки R ,

проходит через свинцовые диафрагмы и в виде узкого пучка направляется на рассеивающее вещество-мишень P (графит, алюминий). Излучение, рассеянное под некоторым углом θ , анализируется с помощью спектрографа рентгеновских лучей S , в котором роль дифракционной решетки играет кристалл K , закрепленный на поворотном столике.

С точки зрения **волновых представлений** механизм рассеяния состоит "в раскачивании" электронов электромагнитным полем падающей волны.

Колеблющийся электрон должен в свою очередь излучать электромагнитную волну, имеющую частоту, равную частоте колебаний электрона, т.е. частоте падающей волны.

Таким образом, свободные электроны рассеивают излучение, причем частота рассеянных волн должна равняться частоте падающих.

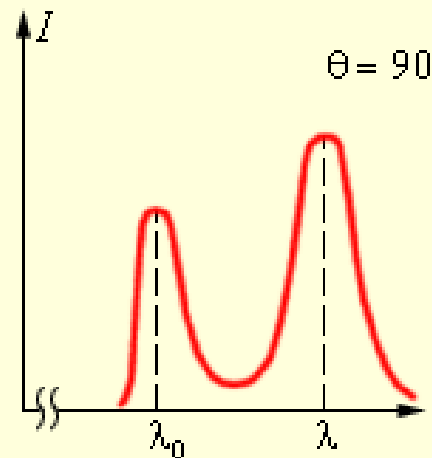
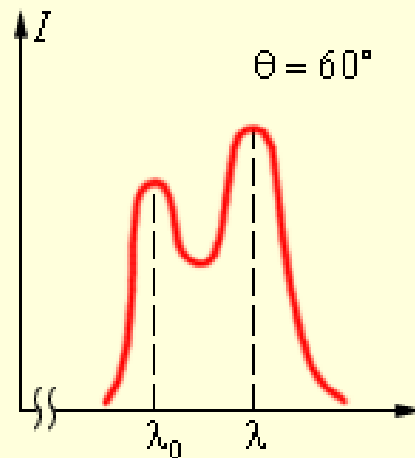
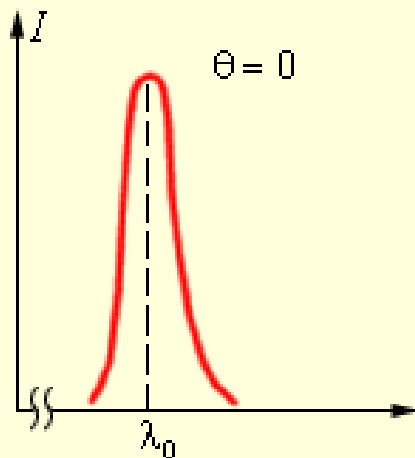
А.Комптон обнаружил, что излучение бывает двух сортов: у одного длина волны совпадает с длиной волны первичного излучения, а другое обладает бóльшей длиной волны.

Им были установлены особенности процесса:

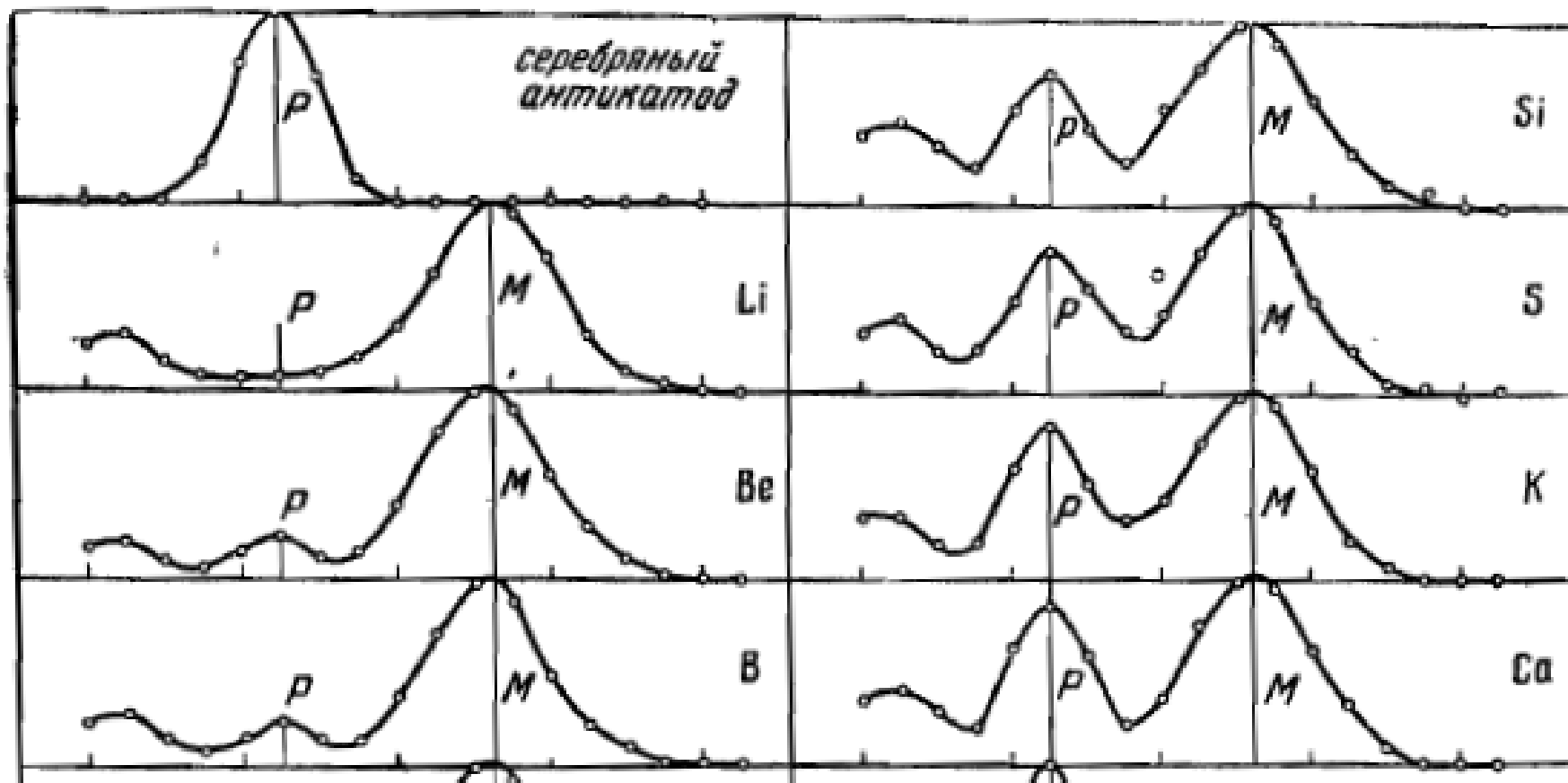
1) в рассеянном излучении присутствуют как первоначальная длина волны возбуждающего излучения, так и длина волны смещенная в сторону длинных волн ;

2) величина смещения зависит от угла рассеяния, а именно, она возрастает при увеличении этого угла;

3) при увеличении угла рассеяния интенсивность несмещенной линии падает, а интенсивность смещенной линии возрастает



4) при возрастании атомного номера рассеивателя интенсивность несмещенной линии возрастает, интенсивность смещенной линии падает.



Опыт показал, что в рассеянном излучении наблюдается увеличение длины волны $\Delta\lambda$, зависящее от угла рассеяния φ :

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\Lambda \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

где $\Lambda = 2,43 \cdot 10^{-3}$ нм – так называемая комptonовская длина волны.

Объяснение эффекта Комптона на основе квантовых представлений о природе излучения было дано в 1923 году независимо друг от друга **А. Комптоном** и **П. Дебаем**.

Будем полагать, что фотон обладает не только определенным запасом энергии

$$E = \hbar\omega = \hbar 2\pi\nu = h\nu,$$

но и определенным количеством движения, т.е. ведет себя как движущийся шарик.

В этом случае должен выполняться как закон сохранения энергии так и закон сохранения импульса.

Фотон движется со скоростью света, поэтому нужно пользоваться релятивистскими соотношениями.

Согласно теории относительности масса частицы, движущейся со скоростью U равна

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Т.к. фотон движется со скоростью c , то

$$\beta = 1,$$

и если бы масса покоя фотона имела конечную величину, мы бы получили

$$m = \frac{m_0}{0} = \infty.$$

Т.е. масса покоя фотона обязательно должна быть равной нулю.

Вычислим количество движения фотона. Согласно теории относительности

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{v}{c^2} = E \frac{v}{c^2}.$$

Для частицы со скоростью $v = c$, получим

$$p = \frac{E}{c}.$$

Для фотона

$$E = h\nu$$

и

$$p = \frac{h\nu}{c}.$$

Пусть электрон до соударения покоился, т.е. его импульс был равен нулю.

Начальный импульс фотона равен

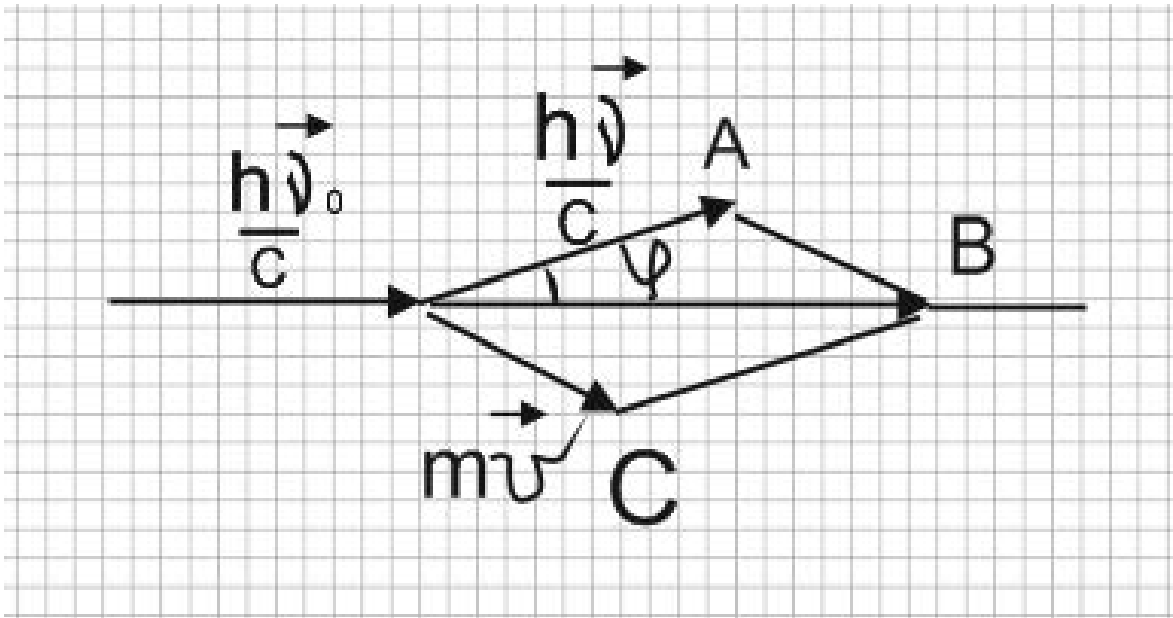
$$\frac{h\vec{v}_0}{c}.$$

После соударения электрон приобретает импульс

$$m\vec{v}, \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

а импульс фотона станет равным

$$\frac{h\vec{\nu}}{c}.$$



Запишем закон сохранения импульса и энергии.

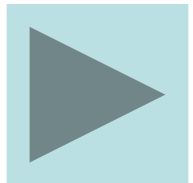
Закон сохранения энергии – сумма энергий до удара равна сумме энергий после удара

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \text{где}$$

m_0c^2 - «энергия покоя» электрона.

Обозначим m -масса движущегося электрона

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \quad (10)$$



Закон сохранения импульса – сумма импульсов до удара равна сумме импульсов после удара

$$\frac{h\vec{\nu}_0}{c} = \frac{h\vec{\nu}}{c} + m\vec{v} \quad (11)$$

Перепишем (11) в виде

$$m\vec{v} = \frac{h\vec{\nu}_0}{c} - \frac{h\vec{\nu}}{c} \quad (12)$$

Возведем (12) в квадрат

$$m^2 v^2 = \frac{h^2 \nu_0^2}{c^2} + \frac{h^2 \nu^2}{c^2} - \frac{2h^2 \nu_0 \nu}{c^2} \cos \varphi$$

Или

$$m^2 v^2 c^2 = h^2 \nu_0^2 + h^2 \nu^2 - 2h^2 \nu_0 \nu \cos \varphi. \quad (13)$$



Уравнение (10) перепишем в виде

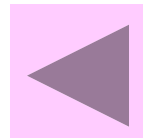


$$mc^2 = h(\nu_0 - \nu) + m_0c^2$$

и возведем в квадрат

$$m^2c^4 = h^2\nu_0^2 + h^2\nu^2 - 2h^2\nu_0\nu + m_0^2c^4 + 2hm_0c^2(\nu_0 - \nu). \quad (14)$$

Вычитая из (14) выражение (13), получим



$$m^2c^4 - m^2\nu^2c^2 = h^2\nu_0^2 + h^2\nu^2 - 2h^2\nu_0\nu + m_0^2c^4 + 2hm_0c^2(\nu_0 - \nu) - h^2\nu_0^2 - h^2\nu^2 + 2h^2\nu_0\nu \cos \varphi$$

$$m^2c^4 \left(1 - \frac{\nu^2}{c^2}\right) = m_0^2c^4 + 2hm_0c^2(\nu_0 - \nu) + 2h^2\nu_0\nu \cos \varphi - 2h^2\nu_0\nu$$

$$m^2 c^4 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2 c^4 + 2hm_0 c^2 (v_0 - v) - 2h^2 v_0 v (1 - \cos \varphi). \quad (15)$$

Т.к. $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, **то** $m_0^2 = m^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$

и (15) запишется

$$m_0^2 c^4 = m_0^2 c^4 + 2hm_0 c^2 (v_0 - v) - 2h^2 v_0 v (1 - \cos \varphi).$$

$$m_0 c^2 (v_0 - v) - h v_0 v (1 - \cos \varphi) = 0.$$

$$c(v_0 - v) = \frac{h}{m_0 c} v_0 v (1 - \cos \varphi).$$

Или

$$\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi). \quad (15)$$

Найдем из данного выражения



ν

$$\frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) + \frac{c}{\nu_0}.$$

$$\frac{c}{\nu} = \frac{2h \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{m_0 c} + \frac{c}{\nu_0}.$$

$$\frac{c}{\nu} = \frac{2h \nu_0 \sin^2 \frac{\varphi}{2} + m_0 c^2}{m_0 c \nu_0},$$

$$\frac{1}{\nu} = \frac{2h \nu_0 \sin^2 \frac{\varphi}{2} + m_0 c^2}{m_0 c^2 \nu_0},$$

$$\nu = \frac{m_0 c^2 \nu_0}{2h \nu_0 \sin^2 \frac{\varphi}{2} + m_0 c^2},$$

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + 2 \frac{h \nu_0}{m_0 c^2} \sin^2 \frac{\varphi}{2}},$$

Это и есть формула для измеренной частоты.

Из (15) получим формулу для изменения длины волны.

Т.к. $\lambda = \frac{c}{\nu}$ и $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$ найдем

$$\lambda - \lambda_0 = \Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi)$$

$$\lambda - \lambda_0 = \Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

Введем обозначения

$$\Lambda = \frac{h}{m_0 c} = 0,0242 \text{ \AA}.$$

Окончательная формула для изменения длины волны имеет вид

$$\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\varphi}{2} = 0,048 \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

Из формулы видно, что для

$$\varphi = 0^\circ, \Delta\lambda = 0;$$

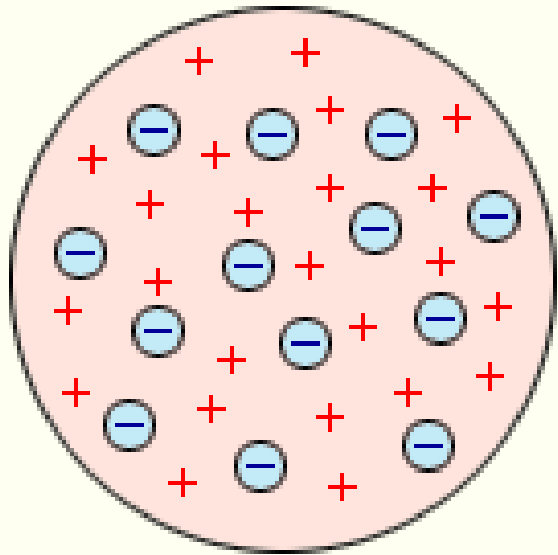
$$\varphi = 90^\circ, \Delta\lambda = \Lambda;$$

$$\varphi = 180^\circ, \Delta\lambda = 2\Lambda.$$

2.3 Модель атома Томсона.

В начале 20 века реальность атомов стала общепризнанной, установлено существование отрицательных и положительных зарядов, был открыт электрон. О существовании протона было неизвестно, но существование ионов было известно. Было также известно, что атом в целом нейтрален и имеет размеры порядка 10^{-8} см.

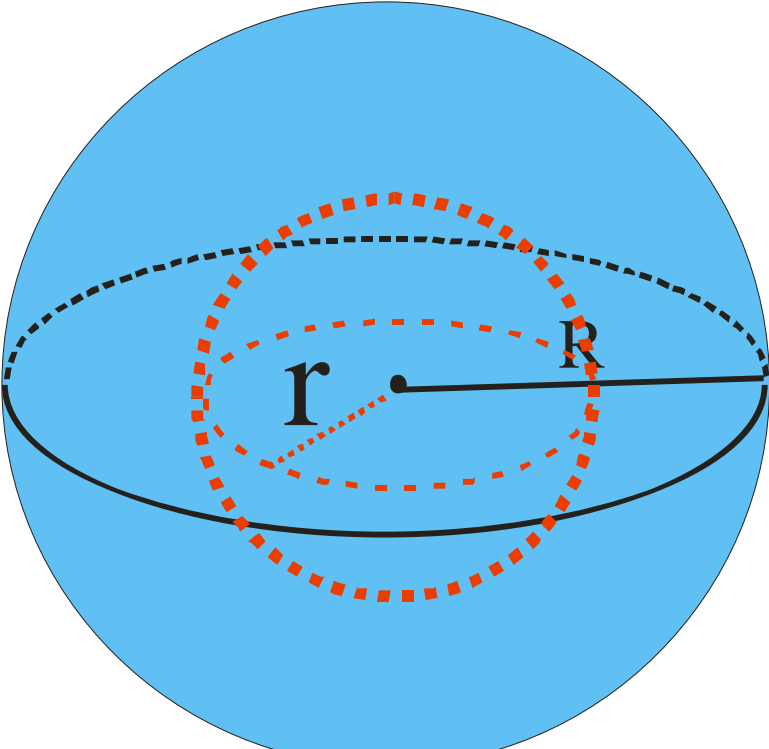
Существовали две модели атома.



1. Согласно модели Томсона, по всему объему атома с некоторой плотностью распределен положительный заряд. Электроны погружены в эту среду. Они взаимодействуют с элементами положительно заряженной среды атома по закону Кулона.

При отклонении электрона от положения равновесия возникают силы, которые стремятся вернуть его в положение равновесия. Благодаря этому возникают колебания электрона, а они обуславливают излучение атомов.

Напряженность поля внутри заряженного шара радиуса



$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad Q = e$$

Пусть атом представляет собой равномерно заряженный шар внутри которого находится один электрон.

$$E 4\pi r^2 = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\epsilon_0}$$

Отсюда

$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{R^3}, 0 \leq r \leq R.$$

Следовательно на электрон будет действовать сила

$$F = -eE = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{R^3} = -kr$$

Известно, что

$$m\ddot{x} = -kx, \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Электрон, выведенный из положения равновесия, будет совершать колебания с частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{e^2}{m\epsilon_0 R^3}}, \quad , m\text{-масса электрона.}$$

Этим соотношением можно воспользоваться для оценки размеров атома

$$R = \left(\frac{e^2}{m\epsilon_0 \omega^2} \right)^{1/3}.$$

Для длины волны $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ (видимая область)

соответствует $\omega \approx 3 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ поэтому

$$R \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ см.}$$

Полученное значение совпадает с истинным значением размера атома. Но данная модель не смогла объяснить дискретный набор частот и модель находилась в противоречии с результатами опыта Резерфорда.

2. Вторая модель приписывала атому строение аналогичное строению Солнечной системы. В центре находится положительное ядро, вокруг которого, подобна планетам, движутся электроны, удерживаемые у ядра силами кулоновского притяжения.

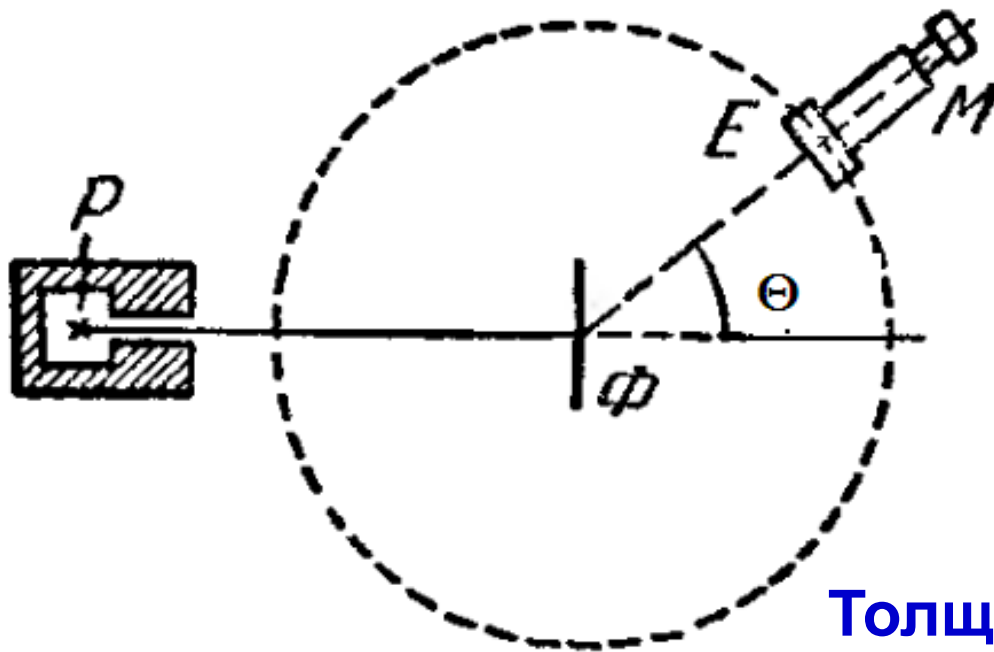
2.4 опыты Резерфорда. Формула Резерфорда. Трудности модели Резерфорда.

Зондирование атомов α – частицами осуществил Резерфорд (1911) .

α – частицами называются частицы, испускаемые некоторыми веществами при радиоактивном распаде.

Скорости α – частиц порядка 10^9 см/с.

В то время было известно, что α – частицы имеют положительный заряд, равный удвоенному элементарному заряду и при присоединении 2-ух электронов α – частицы превращаются в атом гелия.



α – частицы, испускаемые радиоактивным веществом падали на тонкую металлическую фольгу Φ .

Толщина фольги 10^{-7} – 10^{-6} м.

При прохождении через фольгу α – частицы отклоняются от первоначального движения на различные углы.

Они ударяются об экран, покрытый сернистым цинком, и вызывают вспышки света (сцинтилляции). Их наблюдали в микроскоп, устанавливаемый под любым углом .

Оказалось, что некоторое количество α – частиц рассеивается на очень большие углы. Это подтвердило мысль о том, что внутри атома имеется сильное электрическое поле, которое создается зарядом с большой массой и сконцентрированным в очень малом объеме.

Резерфорд разработал теорию рассеяния α – частиц и вывел формулу для распределения рассеянных частиц по значениям угла.

Вывод формулы Резерфорда.

Пусть заряд ядра $+Ze$. Заряд α – частицы $+2e$.

Потенциальная энергия

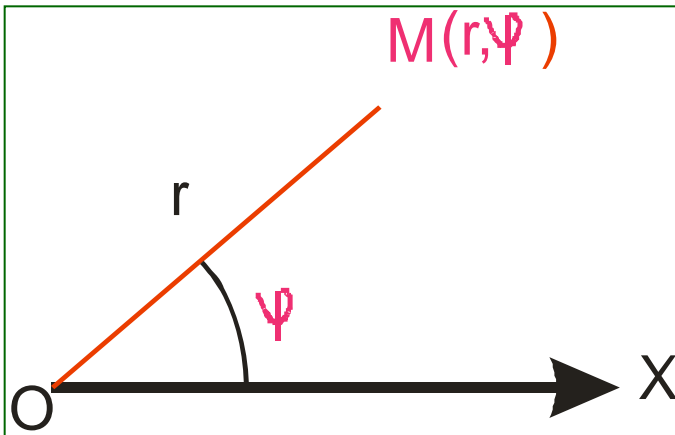
$$U = \frac{2Ze^2}{r}.$$

При движении в поле центральных сил наряду с энергией сохраняется также и момент импульса.

Закон сохранения энергии

$$\frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + \frac{2Ze^2}{r} = E \quad (18)$$

Действительно в полярных координатах



$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$$

$$T = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2),$$

$$\dot{x} = \dot{r} \cos \varphi - r \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}$$

$$\dot{y} = \dot{r} \sin \varphi + r \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}$$

Поэтому

$$T = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 - 2r\dot{r} \cos \varphi \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} +$$

$$+ \dot{r}^2 \sin^2 \varphi + r^2 \cos^2 \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 + 2r\dot{r} \sin \varphi \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}) = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2)$$

Момент импульса

$$L = mr^2 \dot{\varphi} \quad (19)$$

Действительно

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{P}] = m \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\varphi & \vec{e}_z \\ r & 0 & 0 \\ \dot{r} & r\dot{\varphi} & 0 \end{vmatrix} = m(\vec{e}_r \cdot 0 - \vec{e}_\varphi \cdot 0 + \vec{e}_z \cdot r^2 \dot{\varphi})$$

Из (19) следует

$$\dot{\varphi} = \frac{L}{mr^2}. \quad (20)$$

Перейдем от производной по времени к производной по углу, учитывая (20)

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{L}{mr^2} \frac{dr}{d\varphi} \quad (21)$$

Подставляя (20), (21) в (18), найдем

$$\frac{m}{2} \left(\frac{L^2}{m^2 r^4} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + r^2 \frac{L^2}{m^2 r^4} \right) + \frac{2Ze^2}{r} = E$$

Раскроем скобки

$$\frac{L^2}{2mr^4} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = E - \frac{2Ze^2}{r} - \frac{L^2}{2mr^2}$$

Разделим на

$$\frac{L^2}{2m}$$

$$\frac{1}{r^4} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2mE}{L^2} - \frac{4mZe^2}{rL^2} - \frac{1}{r^2} \quad (22)$$

Введем новую переменную

$$\rho = \frac{1}{r} \quad (23)$$

Т.к.

$$\frac{d\rho}{d\varphi} = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\varphi}$$

то (22) примет вид

$$\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2 = \frac{2mE}{L^2} - \frac{4mZe^2}{L^2}\rho - \rho^2 \quad (24)$$

Для интегрирования (24) удобно еще раз продифференцировать

$$2\frac{d\rho}{d\varphi}\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} = -\frac{4mZe^2}{L^2}\frac{d\rho}{d\varphi} - 2\rho\frac{d\rho}{d\varphi} \quad \frac{d\rho}{d\varphi}\left(2\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \frac{4mZe^2}{L^2} + 2\rho\right) = 0$$

Т.к. движение инфинитное, т.е. α – частица приходит и уходит на бесконечность

$$\frac{d\rho}{d\varphi} \neq 0.$$

$$2\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \frac{4mZe^2}{L^2} + 2\rho = 0$$

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \rho = -\frac{2mZe^2}{L^2}$$

Обозначим

$$C = -\frac{2mZe^2}{L^2} \quad (25)$$

Мы получили линейное неоднородное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 \rho}{d\varphi^2} + \rho = C.$$

Соответствующее ему однородное уравнение

$$\frac{d^2 \rho}{d\varphi^2} + \rho = 0.$$

Характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + 1 = 0$$

$$\lambda^2 = -1, \lambda_{1,2} = \pm i$$

Общее решение однородного уравнения запишется в виде

$$\rho_{oo} = A \cos \varphi + B \sin \varphi$$

Общее решение неоднородного уравнения примет вид

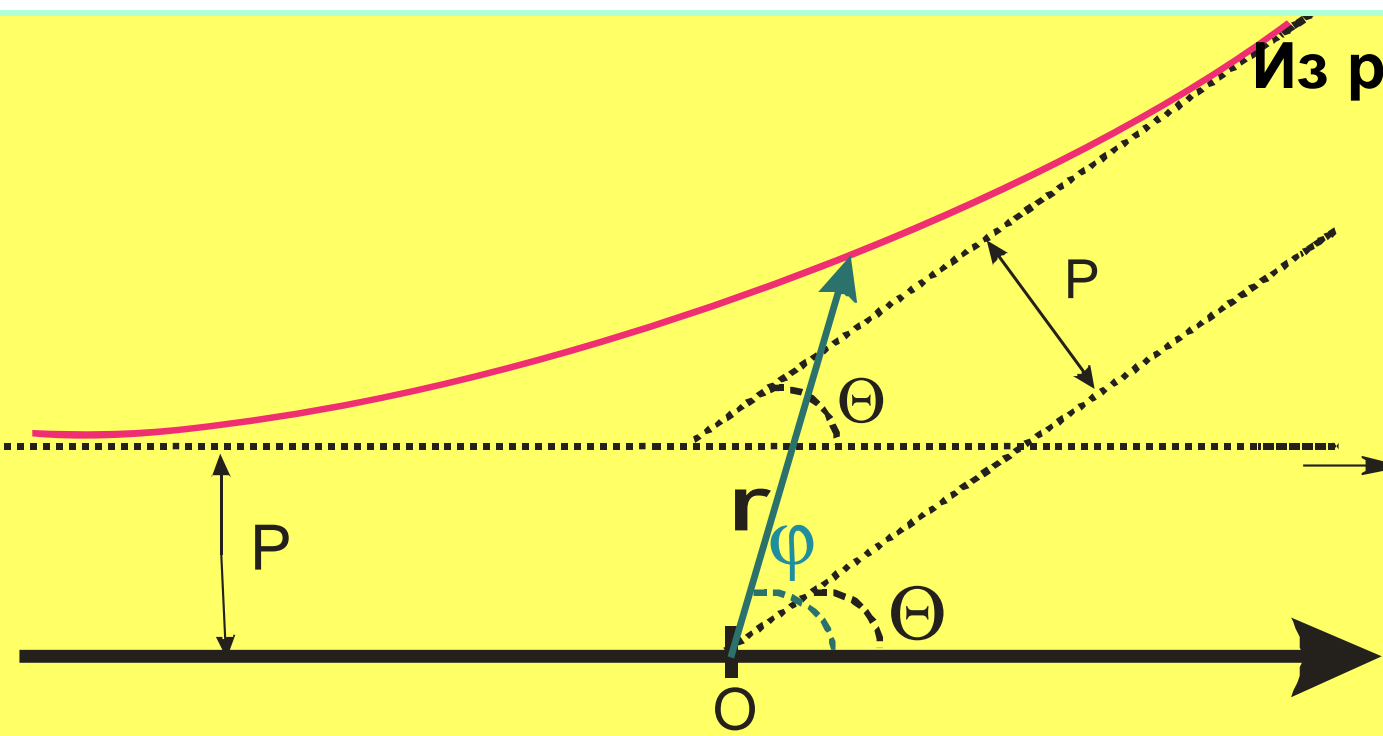
$$\rho = D + A \cos \varphi + B \sin \varphi$$

Очевидно, что

$$D = C.$$

И общее решение

$$\rho = C + A \cos \varphi + B \sin \varphi \quad (26)$$



Из рис. видно при

$$\varphi = \pi, r = \infty, \\ \frac{1}{r} = \rho = 0.$$

Поэтому

$$0 = C + A \cos \pi + B \sin \pi \quad \text{и} \quad A = C.$$

Получим $\rho = C + C \cos \varphi + B \sin \varphi$

Что бы получить значение второй постоянной заметим, что для любой точки $y = r \sin \varphi$

Тогда
$$\frac{1}{y} = \frac{1}{r \sin \varphi} = \frac{\rho}{\sin \varphi} = \frac{C(1 + \cos \varphi)}{\sin \varphi} + B.$$

При $\varphi = \pi$ координата Y равна **«прицельному расстоянию» P** , (используя правило Лопиталя), т.е. то расстоянию на котором прошла бы частица от рассеивающего центра, если бы выключить взаимодействие.

$$\frac{1}{P} = \frac{C(1 + \cos \varphi)}{\sin \varphi} + B.$$

Отсюда

$$B = \frac{1}{P}$$

И решение примет вид $\rho = C(1 + \cos \varphi) + \frac{1}{P} \sin \varphi$ (27)

Если $r \rightarrow \infty$, то $\varphi = \Theta$, $\rho = 0$

Поэтому из (27) $0 = C(1 + \cos \Theta) + \frac{1}{P} \sin \Theta$.

Или $\frac{1 + \cos \Theta}{\sin \Theta} = -\frac{1}{CP}$,

Учитывая, что

$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ и $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

получим

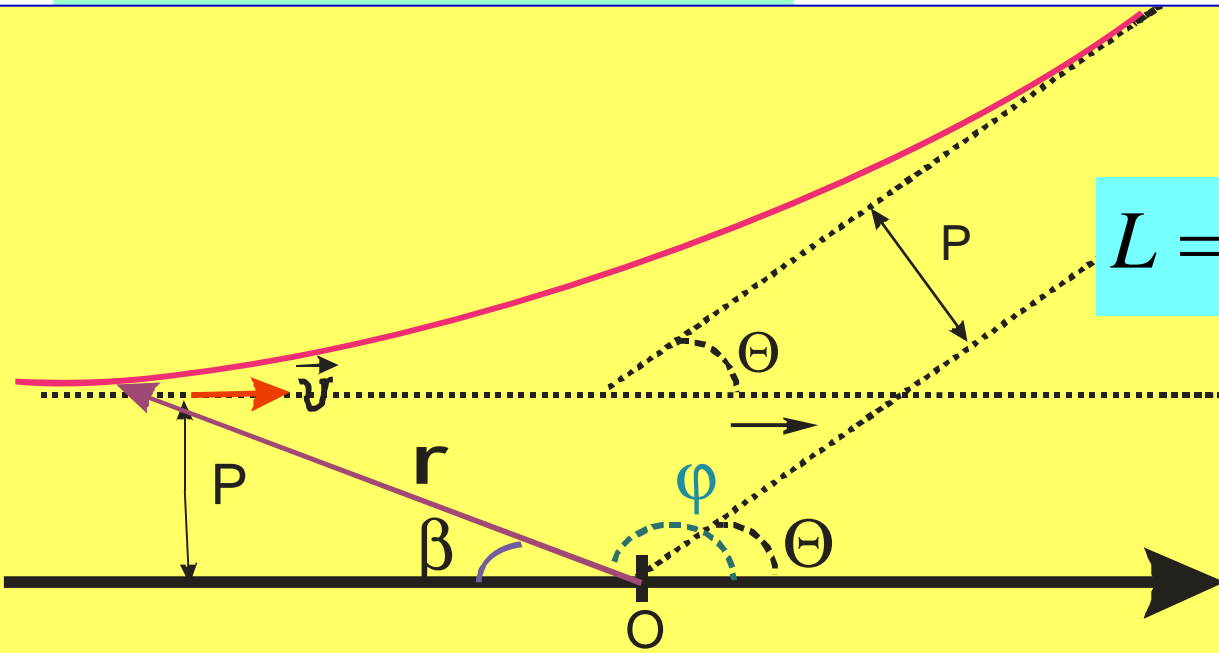
$$\frac{2 \cos^2 \frac{\Theta}{2}}{\sin \Theta} = -\frac{1}{CP},$$

$$\frac{2 \cos^2 \frac{\Theta}{2}}{2 \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2}} = -\frac{1}{CP},$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} = -\frac{1}{CP} = \frac{L^2}{2mze^2 P}$$

Если частица вначале движения находится на ∞ , то

$$\sin \varphi = \sin(\pi - \beta)$$



$$L = |[\vec{r}, m\vec{v}]| = rmv \sin \varphi.$$

$$P = r \sin \beta,$$

поэтому

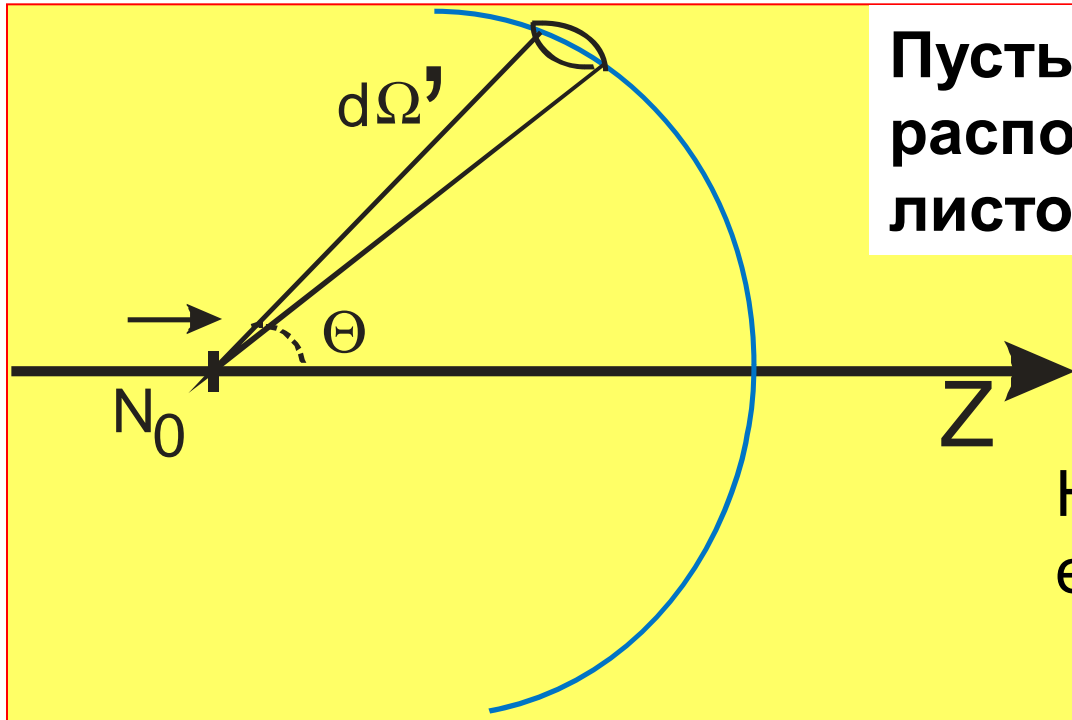
$$L = m v P.$$

Получим

$$\operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} = \frac{m^2 v^2 P^2}{2mZe^2 P} = \frac{mv^2 P}{2Ze^2} \quad (28)$$

– формула для угла отклонения α – частицы.

В формулу входит недоступное измерению
прицельное расстояние.



Пусть в центре сферы
расположен рассеивающий
листок.

На этот листок в
ед.времени падает N_0
 α – частиц.

Обычно интересует среднее число частиц $N(\theta)$,
рассеянных в пределах телесного угла $d\Omega'$.

Величина телесного угла равна отношению элемента
поверхности сферы к квадрату радиуса.

$$dV = r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi = dr dS$$

$$d\Omega' = \frac{R^2 \sin \theta d\theta d\varphi}{R^2} = \sin \theta d\theta d\varphi.$$

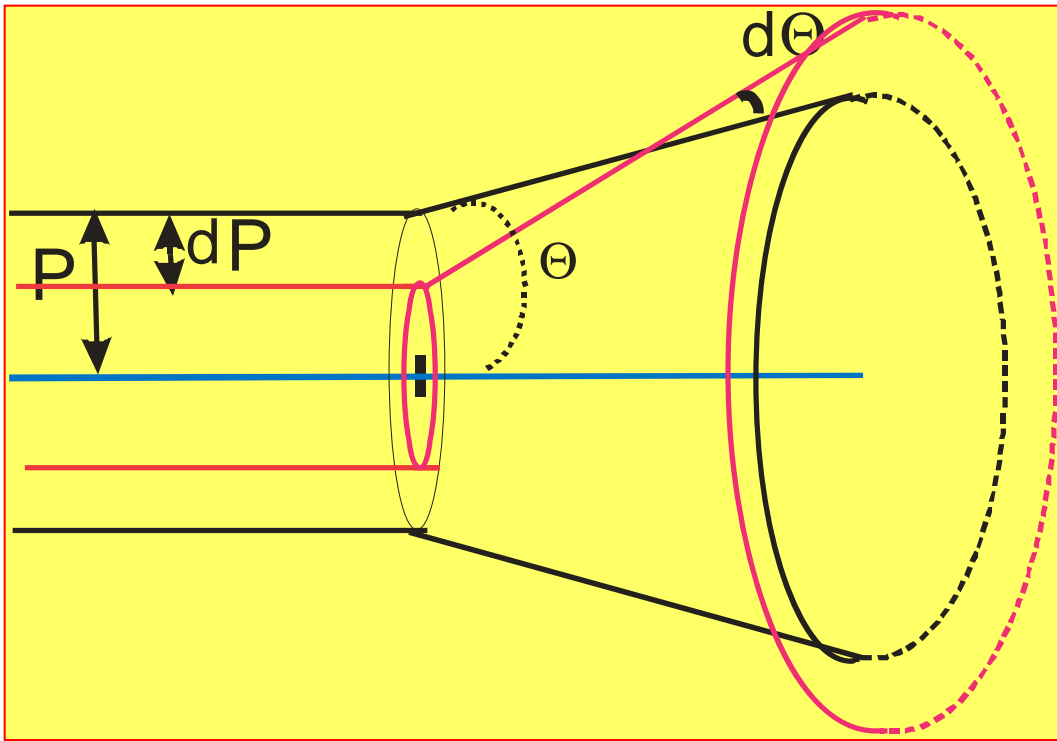
Проинтегрировав по φ от 0 до π получим среднее число частиц, попадающих на кольцо, которое задается углами

$$\theta, \theta + d\theta$$

На это кольцо опирается телесный угол

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$$

Вычислим эффективное сечение для рассеяния в пределах $d\Omega$.

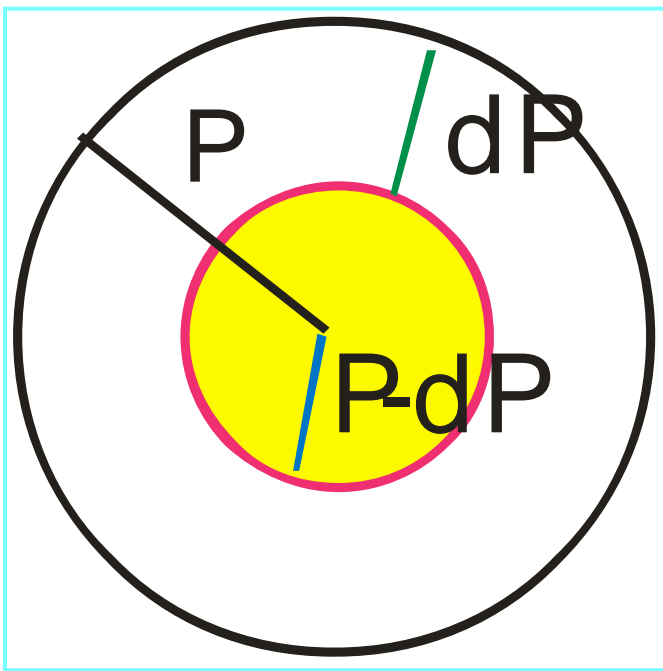


Наблюдение рассеянных частиц производится на больших расстояниях от точки падения пучка на фольгу,

поэтому все рассеивающие центры будут отклонять частицы на угол лежащий в пределах

$$\theta, \theta + d\theta,$$

если падающие частицы попадают на рассеивающий центр с прицельным параметром заключенными между P и $P-dP$.



Площадь каждого такого кольца равна

$$\pi R^2 - \pi (R - dR)^2 \approx 2\pi R dR$$

Среднее число α – частиц отклоненных на угол

$\theta, \theta + d\theta$ пропорционально $2\pi R dR$.

Под эффективным сечением понимают площадь фигуры, попадая на которую частица испытывает рассеяние.

В нашем случае такой фигурой является кольцо. 69

Поэтому эффективное сечение рассеивающего центра на угол $\theta, \theta + d\theta$

$$d\sigma = 2\pi r dr \quad (29)$$

Из формулы (28)

$$\operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} = \frac{m v^2 P}{2 Z e^2} \quad (28)$$

найдем P

$$P = \frac{2 Z e^2 \operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2}}{m v^2}$$

$$P^2 = \left(\frac{2 Z e^2}{m v^2} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\Theta}{2}$$

Дифференцируя, находим

$$2P dP = \left(\frac{2 Z e^2}{m v^2} \right)^2 2 \operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} \left(- \frac{1}{\sin^2 \frac{\Theta}{2}} \right) \frac{1}{2} d\Theta$$

Учитывая, что

$$\operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} = \frac{\cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2}}{\sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2}} = \frac{1}{2} \frac{\sin \Theta}{\sin^2 \frac{\Theta}{2}},$$

$$PdP = -\frac{1}{4} \left(\frac{2Ze^2}{m\nu^2} \right)^2 \frac{\sin \Theta}{\sin^2 \frac{\Theta}{2}} d\Theta$$

Получим

$$d\sigma = 2\pi PdP = -\frac{2}{4} \pi \left(\frac{2Ze^2}{m\nu^2} \right)^2 \frac{\sin \Theta}{\sin^2 \frac{\Theta}{2}} d\Theta$$

Учитывая

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta, \quad \text{получим}$$

$$d\sigma = - \left(\frac{Ze^2}{m\nu^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}} \quad (30)$$

– формула Резерфорда

Знак «-» указывает, что с увеличением прицельного параметра угол Θ уменьшается. В дальнейшем знак будем опускать.

Для сравнения с результатами эксперимента надо найти макроскопическое сечение Σ , т.е. сумму эффективных сечений всех рассеивающих ядер в 1 см^3 .

Если допустить, что все ядра распределены равномерно и не перекрывают друг друга, то

$$\Sigma = nd\sigma = n \left(\frac{Ze^2}{m\nu^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}}$$

n -число рассеивающих ядер в 1 см^3 .

Если обозначить N – число α частиц падающих в 1сек. на поверхность рассеивающего листка, то среднее число частиц рассеянных на угол Θ в пределах телесного угла $d\Omega$

$$dN = N\Sigma = nN \left(\frac{Ze^2}{m\nu^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}} \quad (31)$$

Из формулы видно, что число рассеянных α частиц увеличивается с уменьшением Θ .

Выводы:

1. Все величины в формуле (31) за исключением Z , либо известны, либо могут быть измерены на эксперименте. **Формула позволяет определить число Z для рассеивающих атомов.** Оказалось, что число Z равно порядковому номеру элемента в периодической системе элементов Менделеева. Это показало, что элементы в периодической системе элементов располагаются не по возрастанию атомной массы, а по увеличению заряда Ze .

2. Положительный заряд атома сосредоточен в области порядка 10^{-13} см.

3. Опыты Резерфорда подтвердили планетарную модель атома: в центре атома находится тяжелое положительное ядро, вокруг которого, подобно планетам вокруг Солнца, вращаются легкие отрицательно заряженные электроны.

Трудности модели Резерфорда:

Благодаря наличию центростремительного ускорения у движущихся вокруг ядра электронов они должны излучать электромагнитные волны. В результате потери энергии на излучение радиус орбиты электронов должен непрерывно уменьшаться и электрон должен упасть на ядро.

Частота излучения атома должна совпадать с частотой обращения электронов. Она непрерывно изменяется и должен быть сплошной спектр вместо линейчатого.

2.5 Постулаты Бора

1. Атомы могут длительное время находиться в определенных так называемых стационарных состояниях. Энергии стационарных состояний

E_1, E_2, \dots образуют дискретный спектр.

2. При переходе атома из одного стационарного состояния с энергией E_n в другое конечное

состояние с энергией E_m ($E_n > E_m$)

происходит излучение кванта света. причем

$$\omega\hbar = E_n - E_m$$

Таким образом, атомная система переходит из одного стационарного состояния в другое скачками. Такие скачки называются **КВАНТОВЫМИ**.

Согласно комбинационному принципу

$$\bar{\nu} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (6)$$

$$\bar{\nu} = T(m) - T(n). \quad (7)$$

Согласно второго постулата Бора

$$\frac{h}{2\pi} 2\pi \frac{c}{\lambda} = E_n - E_m$$

или

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{E_n}{hc} - \frac{E_m}{hc}$$

Если положить

$$T(n) = -\frac{E_n}{hc},$$

$$T(m) = -\frac{E_m}{hc}$$

то получим (7)

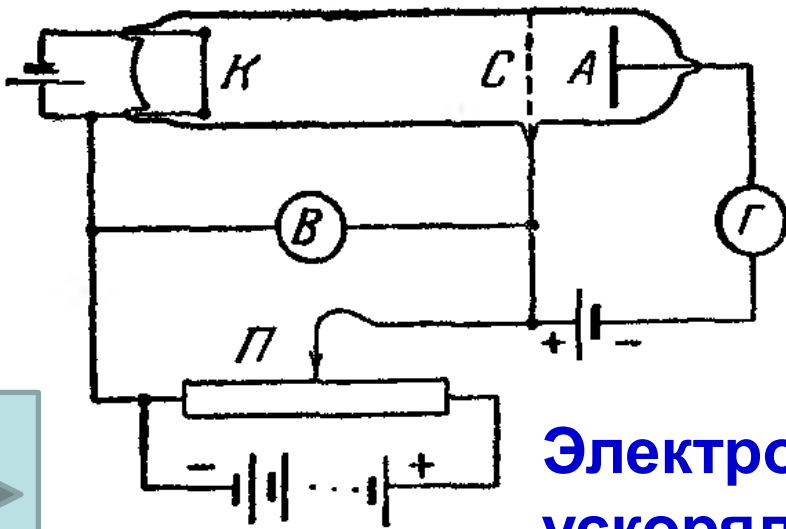
$$\bar{\nu} = T(m) - T(n).$$

Знак «-» имеет условное значение: энергия электрона в кулоновском поле всегда отрицательна, а термам удобнее приписывать положительный знак.

Физический смысл: спектральные линии определяются энергетическими уровнями атома.

2.6 Опыт Франка и Герца.

Опыт (1914г) подтвердил существование дискретных энергетических уровней атома.



В трубке, заполненной парами ртути при небольшом давлении (1 мм. рт. ст.) имелись три электрода: катод К, сетка С, анод А.

Электроны вылетавшие из катода, ускорялись разностью потенциалов U , приложенной между катодом и сеткой.

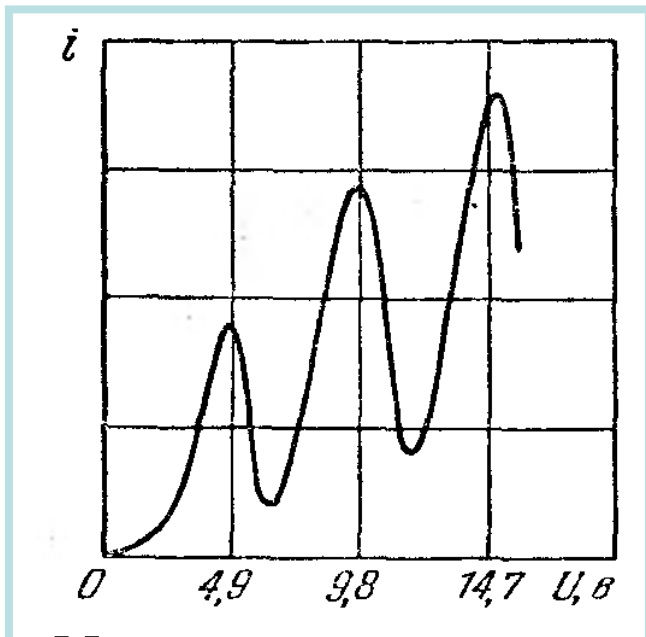
Между сеткой и анодом создавалось слабое электрическое поле (разность потенциалов 0,5 В), тормозившее движение электронов к аноду.

При столкновении электронов с атомами газа, последние могут переходить в возбужденное состояние.

Если энергетические уровни атома дискретны, то кинетическая энергия электронов должна быть **не меньше некоторой минимальной величины, чтобы они начали возбуждать атомы газа.**

Если же кинетическая энергия электронов не достаточна велика для возбуждения атомов, то после прохождения сетки они преодолеют задерживающий потенциал и попадут на анод. В противном случае они не смогут преодолеть задерживающий потенциал.

Исследовалась зависимость силы тока в цепи анода от напряжения между катодом и сеткой.



Сила тока вначале монотонно возрастала, достигая максимума при $U=4,9$ В, после чего с дальнейшим ростом U резко падала достигая минимума, и снова начинала расти.

Максимумы силы тока повторялись при $U=9,8$; $U=14,7$ и т.д.

Такой ход кривой объясняется дискретностью энергетических уровней атома. Они могут воспринимать энергию только порциями

$$\Delta E_1 = E_2 - E_1$$

$$\Delta E_2 = E_3 - E_2$$

Когда энергия, накапливаемая электроном в промежутке катод-сетка, достигает значения ΔE_1 соударения перестают быть упругими.

Электроны при ударах передают энергию ΔE_1 , и продолжают двигаться с меньшей скоростью.

Поэтому число электронов, достигающих анода, уменьшается.

Атомы, получившие энергию, переходят в возбужденное состояние. Спустя время порядка 10^{-8} с. возвращаются в основное состояние, излучая фотон с частотой

$$\omega = \frac{\Delta E_1}{\hbar}.$$

2.7 Модель атома по Бору-Зоммерфельду.

Постулаты для выбора квантованных орбит, представляют собой обобщение постулата Планка для выбора квантовых состояний линейного осциллятора

$$E_n = nh\nu. \quad (32)$$

Планк излучающие материальные центры рассматривал как линейные гармонические осцилляторы.

Рассмотрим линейный осциллятор.

Его состояния в декартовой с.к. характеризуются координатой x и количеством движения $m\dot{x}$.

Обозначим эти параметры состояния через q и p и будем изображать состояния осциллятора точкой в **фазовом пространстве.**

Поскольку состояние системы характеризуется двумя параметрами, фазовое пространство является плоскостью.

Посмотрим какова будет траектория для осциллятора, обладающего данной энергией E .

Для полной энергии

$$E = T + U = \frac{m\dot{q}^2}{2} + \frac{kq^2}{2} = \frac{p^2}{2m} + \frac{kq^2}{2}.$$

Разделим на E

$$1 = \frac{p^2}{2mE} + \frac{q^2}{\frac{2E}{k}}.$$

Обозначим

$$a = \sqrt{2mE},$$

$$b = \sqrt{\frac{2E}{k}}$$

Получим уравнение эллипса

$$\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} = 1.$$

Т.е. фазовая траектория линейного осциллятора есть эллипс.



Вычислим его площадь.

Площадь фигуры, ограниченная кривой $y = f(x)$ вычисляется по формуле $S = \int f(x)dx$.

С другой стороны площадь эллипса равна πab .

Поэтому $\oint pdq = \pi ab$

$$\oint pdq = \pi \sqrt{2mE} \sqrt{\frac{2E}{k}} = 2\pi E \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (33)$$

Т.к. для гармонического осциллятора

$$\omega^2 = \frac{k}{m}, \quad \text{то}$$

$$4\pi^2 \nu^2 = \frac{k}{m}, \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Формула (33) примет вид

$$\oint pdq = \frac{2\pi E}{2\pi \nu} = \frac{E}{\nu}.$$

Учитывая (32) $E_n = nh\nu$, $\frac{E}{\nu} = nh$, получим

$$\oint pdq = nh. \quad (34)$$

-условие квантования орбит

Зомерфельд высказал идею, что движение электрона происходит по эллиптическим орбитам.

Для электрона в качестве координаты берут полярный угол φ ,

характеризующий положение электрона на орбите и в качестве обобщенного импульса берут момент количества движения

$$p_\varphi = L$$

Подставим в (34) вместо p и q p_φ , φ $\oint p_\varphi d\varphi = nh.$

Согласно закону сохранения момента $p_\varphi = const$

(сила, действующая на ядро является центростремительной), поэтому

$$p_\varphi \oint d\varphi = nh,$$

$$p_\varphi 2\pi = nh.$$

Получим

$$p_\varphi = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar. \quad (35)$$

**-условие
квантования
круговых орбит:**

из всех возможных согласно классической механике орбит, существуют такие у которых момент количества движения кратен

$$\frac{h}{2\pi} = \hbar.$$

2.8 Корпускулярно-волновой дуализм вещества. Волны де Бройля.

Свет с одной стороны электромагнитная волна

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$$

С другой стороны поток корпускул.

Де Бройль выдвинул гипотезу, что все материальные частицы обладают не только корпускулярными, но и волновыми свойствами.

Энергия частицы $E = \hbar\omega$.

Каждый фотон движется со скоростью света

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{v}{c^2} = E \frac{c}{c^2} = \frac{E}{c}.$$

Поэтому $pc = \hbar\omega$

$$p = \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar \frac{2\pi}{c} \frac{c}{\lambda} = \hbar k,$$

k-волновое число.

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (36)$$

Тогда уравнения

$$p = \hbar k, \quad k = \frac{p}{\hbar},$$

$$E = \hbar \omega, \quad \omega = \frac{E}{\hbar},$$

выражают связь между корпускулярными и волновыми свойствами.

На основании последних уравнений можно сказать, что волновые свойства свободно движущейся частицы, имеющей импульс \vec{p}

и энергию E , описываются плоской волной

$$\psi = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} e^{-i\frac{Et - \vec{P}\vec{r}}{\hbar}} \quad (37)$$

Рассмотрим порядок величины длины волны де Бройля.

Первоначально покоящаяся частица с зарядом e и массой m в результате прохождения разности потенциалов U приобретает скорость

$$\frac{mv^2}{2} = eU.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

Так как

$$p = \hbar k = \hbar \frac{2\pi}{\lambda},$$

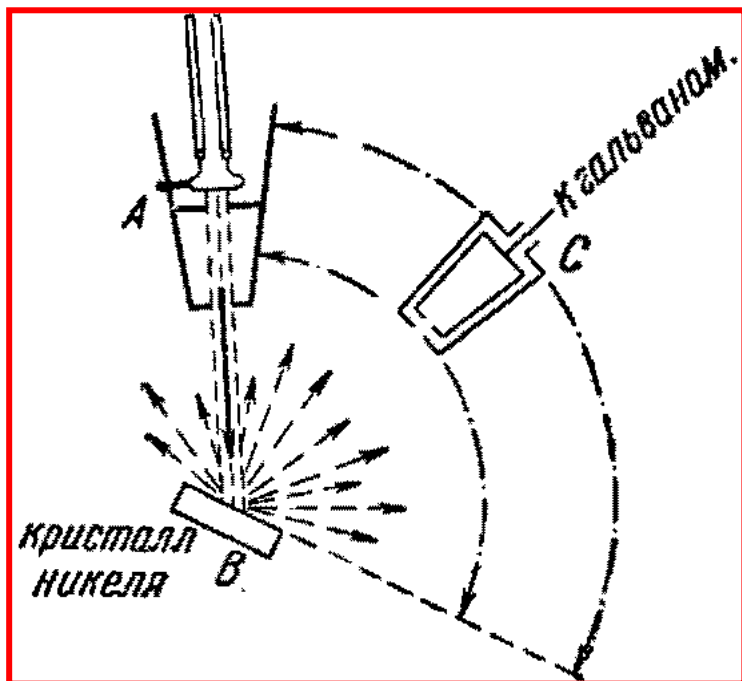
то

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{mv} = \frac{2\pi\hbar}{m\sqrt{\frac{2eU}{m}}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2meU}}.$$

При энергиях электронов нескольких электрон-вольт **длина волн де Бройля имеет порядок 1 нм, т.е. порядок атомных расстояний в кристаллах.**

2.9 Эксперименты по дифракции микрочастиц.

а) Опыты Дэвиссона и Джермера (1927)



Параллельный пучок электронов определенной скорости, направлялся на кристалл никеля; отраженные электроны улавливались коллектором С, соединенным с гальванометром.

Коллектор мог устанавливаться под любым углом относительно падающего пучка. Измеряя силу тока коллектора при разных его положениях, можно было судить об интенсивности отражения в различных направлениях.

Оказалось, что при отражении наблюдается резко выраженный селективный максимум, показывающий, что электроны отражаются, следуя оптическому закону: **«угол падения равен углу отражения»**.

Опыт показал наличие пиков на угловой зависимости потока электронов от угла дифракции, аналогичное дифракционным пикам для световых волн.

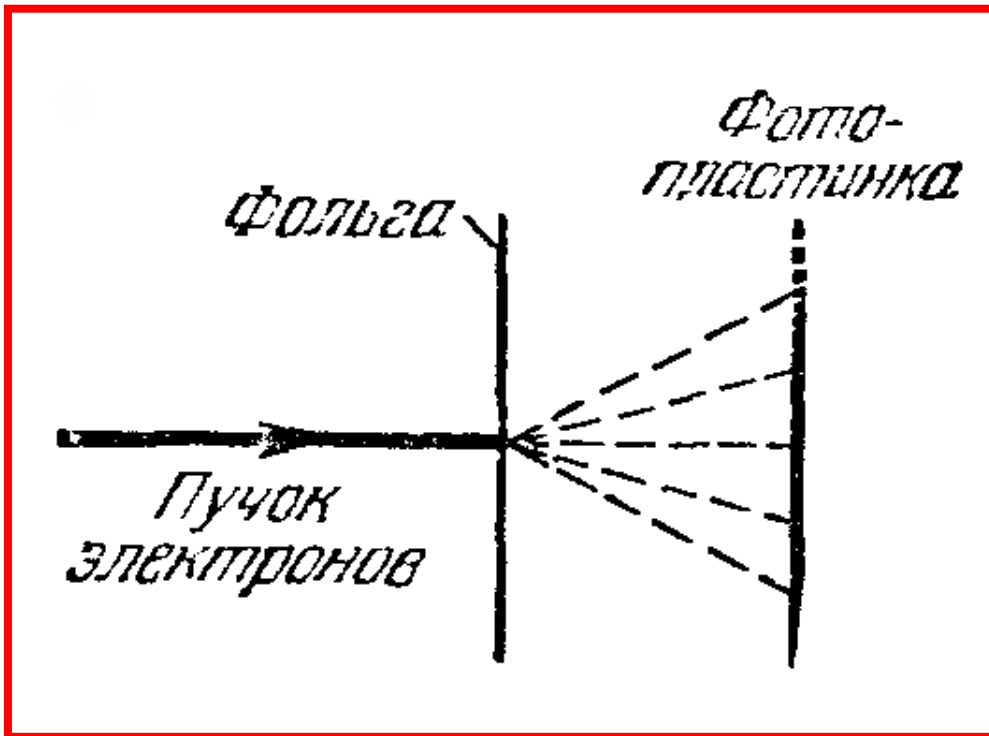
Дифракционные максимумы приходились на те углы рассеяния, для которых между электронами, отразившимися от соседних кристаллических плоскостей в кристалле никеля, было целое число длин волн (условие Брэгга–Вульфа):

$$2d \sin \varphi = n\lambda, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

где расстояние между плоскостями d —период кристаллической решетки. Для никеля эта величина составляет 4 ангстрема.

б) Опыты Томсана и Тартаковкого (1928).

В этом методе используется уже поликристаллическая пластинка (металлическая фольга), через которую пропускают электронный пучок высокой энергии и затем наблюдают дифракционную картину на стоящей за ней фотопластинке.



Поликристалл состоит из маленьких кристалликов, внутри которых имеет место строгий порядок; сами же кристаллики расположены беспорядочно друг по отношению к другу

**Если бы не было дифракционных эффектов,
кристаллики рассеивали бы свет во все стороны.**

**На эксперименте была
получена дифракционная
картина в виде
концентрических
окружностей**

